

Über die Messung und Entzerrung
von Fernsprechkänen im Frequenzbereich
zur Ermöglichung schneller
Datenübertragungen

von
KARL HEINZ FEISTEL
Eningen

1972



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41548611_0004

Über die Messung und Entzerrung
von Fernsprechkälen im Frequenzbereich
zur Ermöglichung schneller Datenübertragungen

Der Technischen Fakultät der
Universität Erlangen-Nürnberg

zur Erlangung des Grades

D O K T O R - I N G E N I E U R

vorgelegt von

Karl Heinz Feistel

Erlangen, 1972



Als Dissertation genehmigt von der
Technischen Fakultät
der Universität Erlangen-Nürnberg

Tag der Einreichung: 22.10.71

Tag der Promotion: 20. 9.72

Dekan: Prof.Dr.rer.nat.G.Meinardus

Berichterstatter: Prof.Dr.-Ing.R.Unbehauen
Prof.Dr.-Ing.W.Schüsler

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Einleitung	1
2. Zusammenstellung der verwendeten Symbole	6
3. Die Messung des Frequenzgangs der Dämpfung und Gruppenlaufzeit von Fernsprechanalen nach dem Nyquistverfahren	7
3.1 Arbeitsweise des Nyquistverfahrens	7
3.2 Definition der Übertragungsgrößen Spaltdämpfung und Spaltlaufzeit sowie Nyquistdämpfung und Nyquistlaufzeit. Meßeinrichtungen.....	14
3.3 Berechnung der Nyquistdämpfungen und der Nyquistlaufzeit aus dem Frequenzverhalten eines Zweitores. Regeln für Fehlerabschätzungen. Beispiele	24
3.4 Berechnung der Fehler des Nyquistverfahrens bei der Messung der Dämpfung und Gruppenlaufzeit eines Zweitores mit rationaler Übertragungsfunk- tion und gegebenen Polen und Nullstellen.....	44
3.5 Näherungsweise Berechnung der Fehler des Nyquistverfahrens bei welligem Verlauf der Dämpfung und der Gruppenlaufzeit	51
3.6 Nachbildung des Dämpfungs- und Gruppenlaufzeit- frequenzgangs von Fernsprechanalen vor und nach der Entzerrung. Berechnung der Fehler bei der Messung nach dem Nyquistverfahren	61
4. Die Entzerrung des Frequenzgangs der Dämpfung und Gruppenlaufzeit von Fernsprechanalen	86
4.1 Forderungen an die Entzerrer. Grundsätzlicher Aufbau	86

4.2 Allgemeine Form der Teilentzerrer- Übertragungsfunktion	88
4.3 Dämpfungs- und Gruppenlaufzeiteigenschaften der Teilentzerrer-Übertragungsfunktion	99
4.4 Wechselbeziehungen zwischen der Dämpfung und der Gruppenlaufzeit einer Teilentzerrer- Übertragungsfunktion. Definition verschiedener Teilentzerrerklassen	110
4.5 Neuartige Teilentzerrerschaltungen	129
4.6 Teilentzerrer für den getrennten Grobabgleich der Dämpfung und der Gruppenlaufzeit	140
4.7 Praktischer Aufbau eines Entzerrers der Klasse 1. Abgleichverfahren. Beispiel einer Kanalentzerrung	146
5. Zusammenfassung	162
6. Literaturverzeichnis	164
Lebenslauf	166

1. Einleitung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Messung und Entzerrung der Übertragungseigenschaften von Nachrichtenkanälen, insbesondere Fernsprechanälen, zur Ermöglichung schneller Datenübertragungen. Die Bezeichnung "schnelle Datenübertragung" ist dabei in Bezug auf die zur Verfügung stehende Bandbreite des Kanals zu verstehen, die möglichst gut ausgenutzt werden soll. Die aktuelle Bedeutung dieser Aufgabe beruht auf der starken Zunahme der elektronischen Datenverarbeitung; Ursache für den wachsenden Einsatz der Datenübertragung sind u.a. die Einrichtung von Zentralcomputern für wissenschaftliche und technische Berechnungen sowie eine moderne rationelle Betriebsführung bei gleichzeitigem Bemühen um Dezentralisierung der Betriebe.

Im Gegensatz zur überaus schnell anwachsenden Zahl der Datenverarbeitungsanlagen stellt die Einrichtung eines weltweiten spezifischen Datenübertragungsnetzes eine Aufgabe dar, die nur im Verlauf von Jahrzehnten gelöst werden kann. Hier bietet sich mit seiner großen Verbreitung das Telefonnetz als Übertragungsmittel an, das allerdings in der vorliegenden Form nur für relativ geringe Übertragungsgeschwindigkeiten geeignet ist. Der Grund ist nicht allein in der auf ca. 3 kHz beschränkten Bandbreite der Kanäle zu suchen, sondern auch in der Tatsache, daß das Fernsprechnet ausschließlich im Hinblick auf Sprachübertragungen ausgelegt worden war, oder anders ausgedrückt, ausschließlich im Hinblick auf die Dämpfungseigenschaften des Kanals. Die Anforderungen der Datenübertragung beziehen sich aber im Unterschied zur Sprachübertragung nicht nur auf die Dämpfungs-, sondern auch auf die Phaseneigenschaften der Übertragungseinrichtung. Das menschliche Ohr ist bezüglich der Phase sehr unempfindlich, es registriert im wesentlichen nicht die Form des ankommenden Signals, sondern lediglich dessen spektrale Energiever-

t e i l u n g ; im Gegensatz dazu beruht der Datenempfänger auf der Auswertung der S i g n a l f o r m , wenn er auch im Grenzfall (binäre Übertragung) nur zwischen zwei Signalzuständen zu unterscheiden hat. Die Form der ankommenden Signalspannung ist nun aber vom Phasenverhalten des Nachrichtenkanals ebenso abhängig wie vom Dämpfungsverhalten. Je besser der Fernsprechkanal ausgenutzt werden soll, je schneller also die Datenübertragung erfolgen soll, umso höhere Anforderungen sind an das Dämpfungs- und Phasenverhalten zu stellen.

Dämpfungs- und Phasenverzerrungen eines Übertragungssystems sind lineare Verzerrungen, d.h. sie können durch geeignete Entzerrer wieder beseitigt werden. Darauf beruht die Möglichkeit, die Eigenschaften des Telefonnetzes nachträglich so zu verbessern, daß es die für schnelle Datenübertragungen gewünschten Eigenschaften annimmt. Selbstverständlich kann sich diese Verbesserung nur auf das Frequenzverhalten innerhalb der gegebenen Kanalbandbreite beziehen. Eine Vergrößerung dieser Bandbreite ist wegen der Ausführung des Telefonnetzes als Trägerfrequenzsystem nicht möglich. Deshalb und wegen des endlichen Störgeräuschabstandes besteht eine in der Praxis nicht überschreitbare Grenze für die Übertragungsgeschwindigkeit über einen Fernsprechkanal, sie liegt bei etwa 20 kbit/s. Erreichbar bei einem gut entzerrten Kanal ist heute etwa die Hälfte davon, bei nicht entzerrten Kanälen liegt die Grenze bereits bei ca. 2,4 kbit/s.

In dieser Arbeit sollen die Möglichkeiten für die gleichzeitige Entzerrung der Dämpfungs- und Phaseneigenschaften fest verdrahteter Fernsprechkäle untersucht und geeignete Schaltungen dafür entwickelt werden. Diese Entzerrer müssen einstellbar sein, um an die unterschiedlichen Verhältnisse in den Kanälen angepaßt werden zu können. Voraussetzung für die richtige Dimensionierung der Einstellmöglichkeiten der Entzerrer ist die Kenntnis der maximal

auftretenden Kanalverzerrungen und der Forderungen, die an einen entzerrten Datenkanal zu stellen sind. Über die möglichen Verzerrungen der Dämpfung und der Gruppenlaufzeit liegen bereits aus vielen Ländern Untersuchungen vor, umfangreiche Messungen wurden vor allem von der Deutschen Bundespost [1] und in den USA [2] durchgeführt. Die anzustrebenden Eigenschaften von Datenkanälen werden in der CCITT-Empfehlung M. 102 genannt [3]; es ist damit zu rechnen, daß die darin erlaubten Dämpfungs- und Gruppenlaufzeit-Toleranzen für zukünftige sehr schnelle Datenübertragungen noch wesentlich eingeschränkt werden. So wurde in den USA ein Toleranzschema "S 3" eingeführt, das nur Laufzeitschwankungen von $1/5$ der nach M. 102-Empfehlung statthaften Verzerrungen zuläßt und bei dem für die Dämpfungsschwankungen nur die Hälfte der in dieser Empfehlung genannten Werte erlaubt ist. Diese Entwicklung galt es bereits zu berücksichtigen.

In der genannten CCITT-Empfehlung M. 102 für fest verdrahtete, also nicht angewählte Verbindungen (Mietleitungen) wurde festgelegt, daß die Entzerrung im Frequenzbereich, also nicht im Zeitbereich, durchzuführen ist. Für diese Entscheidung spricht die einfachere und erprobtere Meßtechnik im Frequenzbereich und die Forderung, daß die Vorschriften an das Übertragungsverhalten des Kanals einen gültigen Kompromiß darstellen müssen für alle bei der Datenübertragung angewendeten sehr unterschiedlichen Modulationsverfahren. Als Nachteil muß die Schwierigkeit in Kauf genommen werden, ausschließlich im Zeitbereich interessierende Kanaleigenschaften durch geeignete Toleranzschranken im Frequenzbereich auszudrücken.

Die Verwendung der Gruppenlaufzeit anstelle der Phase neben der Dämpfung als Kriterium für die Übertragungsgüte des Kanals ist auf meßtechnische Gründe zurückzuführen und deshalb möglich, weil ausschließlich modulierte Signale übertragen werden. Bei der Entwicklung von Entzerrern

und bei der Ausführung von Entzerrungen zeigte sich allerdings ein unerwartetes meßtechnisches Problem, das zu der Aufgabenstellung des ersten Teils dieser Arbeit führte: Es ergab sich, daß bei der Verwendung des Nyquistverfahrens zur Messung des Dämpfungs- und Gruppenlaufzeitverhaltens von Entzerrern und von Telefonkanälen prinzipielle Meßfehler auftreten, die bisher nicht genügend beachtet worden sind.

Das Nyquistverfahren, bereits 1927 von Nyquist [4] zur Messung der Gruppenlaufzeit von Übertragungskanälen mit Allpaßcharakter vorgeschlagen, wurde später auch zur Messung des Dämpfungsmaßes erweitert und stellt heute das am meisten verbreitete Verfahren für die gleichzeitige Messung der beiden genannten Übertragungsgrößen dar. Es erlaubt relative Dämpfungs- und Gruppenlaufzeitmessungen, ohne auf einen Vergleichskanal angewiesen zu sein. Die bei diesem Verfahren angezeigten Werte entsprechen aber nur dann hinreichend genau der Dämpfung und Gruppenlaufzeit des Prüflings, wenn gewisse grundsätzliche Forderungen erfüllt sind. Diese betreffen die maximale Größe zweier beim Nyquistverfahren wählbarer Parameter des Sendesignals und ev. auch die Wahl der geeigneteren von zwei möglichen Methoden zur Auswertung des Empfangssignals. Es zeigte sich, daß erhebliche Unterschiede zwischen den Meßergebnissen auftreten können bei Verwendung verschiedener, auf dem Markt befindlicher Meßgerätefabrikate. Dies und die angestrebte Kompatibilität der Geräte sind der Grund dafür, daß zur Zeit Bemühungen im Gang sind, die freien Parameter beim Nyquistverfahren für die Messung von Fernsprechanälen zu normen. In dieser Arbeit soll versucht werden, auch hierfür durch eine klare Erfassung der beim Nyquistverfahren tatsächlich gemessenen Größen und durch die Berechnung der bei der Messung von Fernsprechanälen auftretenden Fehler einen Beitrag zu leisten.

Der zweite Teil der Arbeit, der die Entzerrung der Dämpfungs- und Laufzeiteigenschaften von Telefonkanälen behandelt, enthält eine neuartige Klassifizierung einstellbarer Entzerrerglieder und gibt die dazugehörigen Schaltungen an. Die Klassifizierung beruht auf der Art der Lageveränderung der Pole und Nullstellen der Übertragungsfunktion in der komplexen Ebene bei getrennter Dämpfungs- und Laufzeiteinstellung und bestimmt die gegenseitige Beeinflussung dieser beiden Abgleichvorgänge. Die angegebenen Schaltungen sind passiv (mit aktiven Trennstufen) oder aktiv, die für ihre Brauchbarkeit geltenden Gesichtspunkte unterscheiden sich wesentlich von denen, die für fest verdrahtete Entzerrer Gültigkeit haben. So ist es wichtig, daß die veränderbaren Parameter möglichst einfach und mit geringem Kostenaufwand (über Widerstände) eingestellt werden können und ferner, daß Dämpfungs- und Laufzeitentzerrung weitgehend unabhängig voneinander sind oder aber eine einfache Korrektur der gegenseitigen Beeinflussung möglich ist, um langwierige Abgleichvorgänge zu vermeiden.

Der für die Entzerrung von Mietleitungen erforderliche Zeitaufwand spielt zwar nicht die entscheidende Rolle, die ihm bei Wählverbindungen zukommt, der Abgleich sollte aber auch von nicht besonders qualifizierten Kräften zügig nach einem klaren Konzept durchführbar sein. Diese Forderung stellt einen wichtigen Gesichtspunkt dieses Teils der Arbeit dar.

Entzerrer, bei denen alle Einstellungen über Schalter erfolgen können, bieten die Möglichkeit, die Entzerrung einem Elektronenrechner zu übertragen. In diesem Fall ist nur die genaue Messung der Kanaleigenschaften erforderlich und die Einstellung des Entzerrers auf die vom Rechner ermittelten Schalterstellungen.

Ein Entzerrer wurde aufgebaut, die verschiedenen Abgleichschritte einer manuellen Entzerrung sind am Beispiel eines stark verzerrten Kanals durch Meßkurven dargestellt.

2. Zusammenstellung der wichtigsten Symbole

f	Frequenz
ω, Ω	Kreisfrequenz, normierte Kreisfrequenz
f_n	normierende Frequenz
f_S	Spaltfrequenz oder Modulationsfrequenz
f_T	Trägerfrequenz
p	komplexe Frequenz
$H(p)$	Übertragungsfunktion (Wirkung : Ursache)
a	Dämpfungsmaß (kurz Dämpfung)
a_S	Spaltdämpfung
$a_{N=}$	Nyquist-Mittelwertdämpfung
$a_{N\sim}$	Nyquist-Grundschwingungsdämpfung
b	Phasenmaß (kurz Phase)
$\Delta a_M, \Delta b_M$	mittlerer Dämpfungs-, Phasenanstieg
$\Delta a_D, \Delta b_D$	Dämpfungs-, Phasendurchhang
t_G, T_G	Gruppenlaufzeit, normierte Gruppenlaufzeit
t_S, T_S	Spaltlaufzeit, normierte Spaltlaufzeit
t_N, T_N	Nyquistlaufzeit, normierte Nyquistlaufzeit
m	Modulationsgrad
$e(t)$	Einhüllende (Envelope) von $u(t, \varphi)$
$u_{=}$	arithmetischer Mittelwert von $u(t)$
$\hat{u}_{\sim}$	Amplitude der Grundschwingung von $u(t)$
F_W	Welligkeitsfläche

3. Die Messung des Frequenzgangs der Dämpfung und Gruppenlaufzeit von Fernsprechanalenen nach dem Nyquistverfahren

3.1 Arbeitsweise des Nyquistverfahrens

Diese Meßmethode wurde bereits vor über 40 Jahren von H. Nyquist für die Messung der Gruppenlaufzeit von Allpässen vorgeschlagen [4,5]. Sie wurde später erweitert zur zusätzlichen Messung von Dämpfungsverzerrungen und stellt heute das fast ausschließlich verwendete Meßprinzip für die gleichzeitige Ermittlung der Dämpfungs- und Laufzeiteigenschaften von Übertragungskanalenen dar.

Das Verfahren beruht auf der Verwendung der Phasenverschiebung der Hüllkurve eines amplitudenmodulierten Signals beim Durchlaufen des Prüflings als Maß für die Gruppenlaufzeit bei der jeweiligen Trägerfrequenz; als Maß für die Dämpfung wird die Dämpfung der Hüllkurve herangezogen.

Für den Prüfling seien im folgenden die Eigenschaften der Kausalität, Zeitinvarianz und Linearität, selbstverständlich auch der Stabilität vorausgesetzt. Zur Erläuterung des Meßverfahrens sollen darüber hinaus zunächst konstantes Dämpfungs- und lineares Phasenverhalten nach Abb. 3.1 angenommen werden, d.h. der Prüfling sei verzerrungsfrei. Als Ein- und Ausgangsgrößen seien die Spannungen $u_1(t)$ und $u_2(t)$ betrachtet, eventuelle Abschlußwiderstände am Ein- und Ausgang also dem Prüfling selbst zugeschlagen.

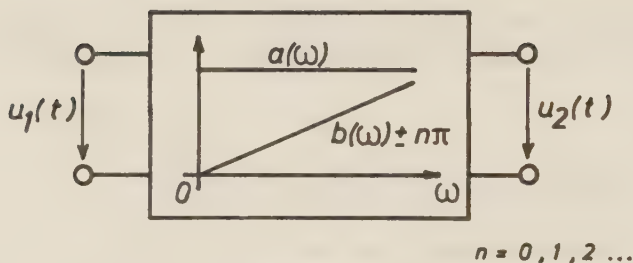


Abb. 3.1 Verzerrungsfreies Übertragungssystem

Das amplitudenmodulierte Eingangssignal kann beschrieben werden durch den Ausdruck

$$(3.1) \quad \begin{aligned} u_1(t) &= \hat{u}_1 [1 + m \cos(\omega_S t - \varphi)] \cos(\omega_T t - \psi) \\ &= e_1(t) \cos(\omega_T t - \psi) \quad m \leq 1 \end{aligned}$$

Dabei ist ω_S die Modulations-Kreisfrequenz (auch Spalt-Kreisfrequenz genannt) und ω_T die Träger-Kreisfrequenz.

Der Ausdruck

$$\pm e_1(t) = \pm \hat{u}_1 [1 + m \cos(\omega_S t - \varphi)] \quad (3.2)$$

stellt im mathematischen Sinn die Hüllkurve (Envelope) von $u_1(t)$ dar, wenn φ als freier Parameter betrachtet wird. Die Gleichung der Envelope erhält man nämlich aus der Beziehung

$$(3.3) \quad e(t) = u_1(t, \varphi), \quad \text{wenn } \varphi \text{ durch}$$

$$(3.4) \quad \frac{\partial}{\partial \varphi} u_1(t, \varphi) = 0 \quad \text{gegeben ist.}$$

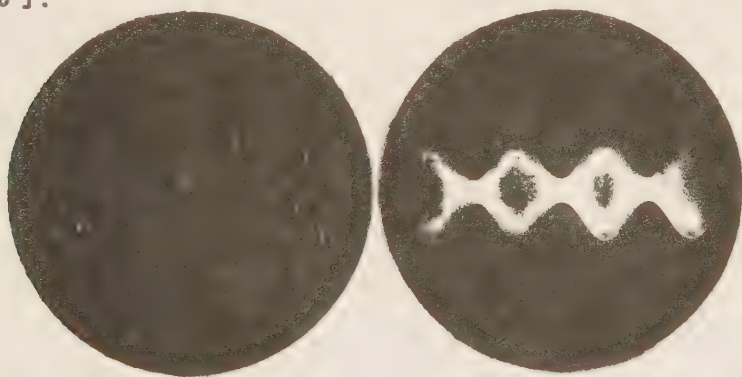
Mit (3.1) wird (3.3) zu $e_1(t) \cos(\omega_T t - \psi) = e(t)$

und (3.4) zu $e_1(t) \sin(\omega_T t - \psi) = 0$,

durch beiderseitiges Quadrieren und Addieren dieser Gleichungen erhält man

$$e_1^2(t) = e^2(t); \quad e(t) = \pm e_1(t). \quad (3.5)$$

Es muß erwähnt werden, daß diese Hüllkurve in Wirklichkeit im Sendesignal als Spannungsverlauf nicht enthalten ist und lediglich dann optisch dargestellt werden kann, wenn $\frac{\omega_T}{\omega_S}$ ein irrationales Verhältnis bildet und das Signal auf dem nachleuchtenden Bildschirm eines Oszillografen abgebildet wird, wobei dessen Ablenkspannung mit der Spaltfrequenz synchronisiert wird, Abb. 3.2. Die Verwendung des Begriffes Hüllkurve ist hier in diesem Sinn zu verstehen [6].



$\frac{\omega_T}{\omega_S}$ rational

$\frac{\omega_T^*}{\omega_S}$ irrational

Abb. 3.2 Nicht sichtbare und sichtbare Hüllkurve eines amplitudenmodulierten Signals auf dem Bildschirm eines Oszillografen ($\omega_T \approx \omega_T^*$)

Das Eingangssignal nach Gl. 3.1 kann durch einfache trigonometrische Umwandlung auch in die Form

$$(3.6) \quad u_1(t) = \hat{u}_1 \cos(\omega_T t - \psi) + \frac{m}{2} \hat{u}_1 \cos[(\omega_T - \omega_S)t - \psi + \varphi] + \frac{m}{2} \hat{u}_1 \cos[(\omega_T + \omega_S)t - \psi - \varphi]$$

gebracht werden. Daraus folgt direkt die spektrale Darstellung gemäß Abb. 3.3.

Aus Gl. 3.6 leitet sich aber auch leicht das Ausgangssignal $u_2(t)$ ab, sofern das Dämpfungs- und Phasenverhalten des Prüflings bei den Kreisfrequenzen $\omega_T - \omega_S$, ω_T u. $\omega_T + \omega_S$ bekannt ist. Bei unserer zunächst vereinbarten Beschränkung auf verzerrungsfreie Zweitore habe das Dämpfungsmaß $x)$ des Prüflings bei den interessierenden Kreisfrequenzen die Werte

$$a_T = a(\omega_T) = a(\omega_T - \omega_S) = a(\omega_T + \omega_S),$$

für die Phase gelte

$$\left. \begin{aligned} \Delta b &= b(\omega_T) - b(\omega_T - \omega_S) \\ &= b(\omega_T + \omega_S) - b(\omega_T), \end{aligned} \right\} (3.7)$$

siehe Abb. 3.4.

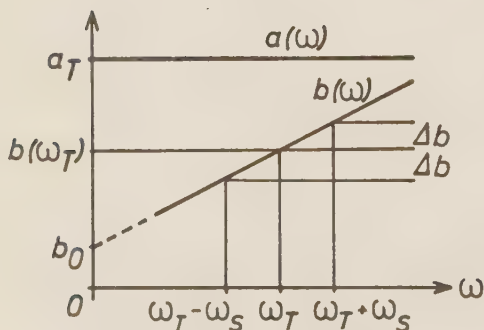


Abb. 3.4
Dämpfungs- und Phasenverhalten eines bezüglich der Hüllkurve verzerrungsfreien Zweitores

$$\omega_T > \omega_S$$

$x)$ im folgenden kurz Dämpfung genannt, entsprechend steht kurz Phase für Phasenmaß

Dämpfung und Phase des Prüflings folgen aus der Übertragungsfunktion

$$H(j\omega) = \frac{u_2}{u_1} \quad (3.8)$$

für komplexe Ein- und Ausgangsspannungen u_1, u_2 mittels der Beziehung

$$\begin{aligned} a(\omega) + jb(\omega) &= -\ln H(j\omega) \\ &= -\ln |H(j\omega)| - j \arg H(j\omega), \end{aligned}$$

somit

$$\left. \begin{aligned} a(\omega) &= -\ln |H(j\omega)| \\ b(\omega) &= -\arg H(j\omega) \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

Aus Gl. 3.6 kann jetzt die Ausgangsspannung unseres Prüflings einfach hergeleitet werden. Es wird

$$\begin{aligned} u_2(t) &= \hat{u}_1 e^{-aT} \cos[\omega_T t - \varphi - b(\omega_T)] \\ &+ \frac{m}{2} \hat{u}_1 e^{-aT} \cos[(\omega_T - \omega_S)t - \varphi + \varphi - b(\omega_T) + \Delta b] \quad (3.10) \\ &+ \frac{m}{2} \hat{u}_1 e^{-aT} \cos[(\omega_T + \omega_S)t - \varphi - \varphi - b(\omega_T) - \Delta b]. \end{aligned}$$

Die Rückverwandlung dieses Ausdrucks in die Form von Gl. 3.1 ergibt

$$\begin{aligned} u_2(t) &= \hat{u}_1 e^{-aT} [1 + m \cos(\omega_S t - \varphi - \Delta b)] \cos[\omega_T t - \varphi - b(\omega_T)] \\ &= e_2(t) \cos[\omega_T t - \varphi^*(\omega_T)]. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Ein Vergleich der Eingangshüllkurve nach Gl. (3.2)

$$\pm e_1(t) = \pm \hat{u}_1 [1 + m \cos(\omega_S t - \varphi)]$$

mit der Ausgangshüllkurve

$$\pm e_2(t) = \pm \hat{u}_1 e^{-aT} [1 + m \cos(\omega_S t - \varphi - \Delta b)] \quad (3.12)$$

zeigt, daß die Übertragung der Hüllkurve *verzerrungsfrei* erfolgt. Dies gilt offenbar auch dann, wenn kein verzerrungsfreier Prüfling im engeren Sinn vorliegt, d.h. auch wenn b_0 in Abb.3.4 nicht null oder ein ganzzahliges Vielfaches von $\pm \pi$ ist, da ja b_0 in Gl. 3.12 gar nicht enthalten ist.

Die Dämpfung der Hüllkurve ist gleich der (frequenzunabhängig angenommenen) Dämpfung a_T des Prüflings, die Phasenverschiebung der Hüllkurve ist gleich dem (ebenfalls konstant angenommenen) Unterschied Δb zwischen den Phasenwerten bei den Kreisfrequenzen ω_T und $\omega_T - \omega_S$ bzw. $\omega_T + \omega_S$ und ω_T . Dämpfung und Phasensteilheit des Prüflings können also durch Messung der Dämpfung und der Phasenverschiebung der Hüllkurve bestimmt werden, d.h. an einem Signal mit der *konstanten Kreisfrequenz* ω_S . Darin liegt der große Vorteil des Nyquistverfahrens, ein Dämpfungs- und Phasenmesser für einen breiten Frequenzbereich würde einen viel höheren Aufwand bedeuten.

Bis jetzt wurden an den Prüfling sehr weitgehende Voraussetzungen bezüglich seines Übertragungsverhaltens gestellt, nämlich konstante Dämpfung und lineare Phase. Es genügt zwar, wenn diese Forderungen mit genügender Genauigkeit jeweils im Bereich $\omega_T - \omega_S \leq \omega \leq \omega_T + \omega_S$ erfüllt sind, diese Annahme ist aber meist nur dann näherungsweise statthaft, wenn $\omega_S \ll \omega_T$ ist. Gerade diese Voraussetzung ist bei der Messung von Telefonkanälen aber nicht gegeben und zwar aus Gründen, die weiter unten noch näher erläutert werden sollen.

Aus der Definition der Gruppenlaufzeit eines Zweitorts

$$t_G(\omega) = \frac{db(\omega)}{d\omega} \quad (3.13)$$

folgt aus Abb. 3.4, daß Δb , also die Phasenverschiebung der Hüllkurve, direkt ein Maß für die Gruppenlaufzeit

unseres Prüflings mit linearer Phase ist, d.h. es gilt

$$t_G(\omega_T) = \frac{4b}{\omega_S} \quad (3.14)$$

Das erweiterte Nyquistverfahren stellt also ein Verfahren dar zur Messung der Dämpfung und der Gruppenlaufzeit eines Zweitores, wobei die Laufzeitmessung auf eine Phasenmessung reduziert wird und wie die Dämpfung bei einer konstanten Frequenz, nämlich der Spaltfrequenz, gemessen werden kann. Zur Meßausrüstung gehören ein Sender mit amplitudenmoduliertem Signal und einstellbarer Trägerfrequenz, sowie ein Empfänger mit Hüllkurven-Demodulator und mit Meßeinrichtungen zum Vergleich der Amplitude und der Phase der Empfangshüllkurve mit den entsprechenden Größen der Sendehüllkurve.

In Abb. 3.5 sind der zeitliche Verlauf des Sendesignals sowie die Sende- und die Empfangshüllkurven dargestellt. Der Abbildung ist zu entnehmen, daß für die Dämpfung der Hüllkurve zweierlei Kriterien verwendet werden können, nämlich entweder die Dämpfung des Gleichspannungsanteils (zeitlichen Mittelwerts) $u_{1z} = \hat{u}_1$ der positiven oder negativen Hüllkurve beim Durchlaufen des Zweitores oder aber die Dämpfung der Amplitude $\hat{u}_{1\sim} = m \hat{u}_1$ des Wechselspannungsanteils; beide Verfahren führen offenbar bei unserem Prüfling zum selben Ergebnis. Es wird gezeigt werden, daß dies aber hier nur ausnahmsweise der Fall ist, weil der Prüfling bezüglich der Hüllkurve verzerrungsfrei ist.

Die Untersuchung der Verhältnisse beim nicht verzerrungsfreien Prüfling soll zunächst noch zurückgestellt werden, um zuvor einige dafür nützliche Übertragungsgrößen zu definieren.

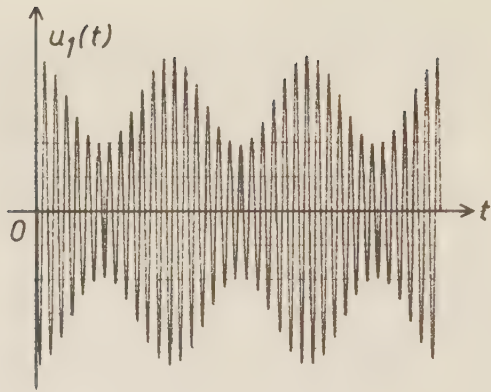
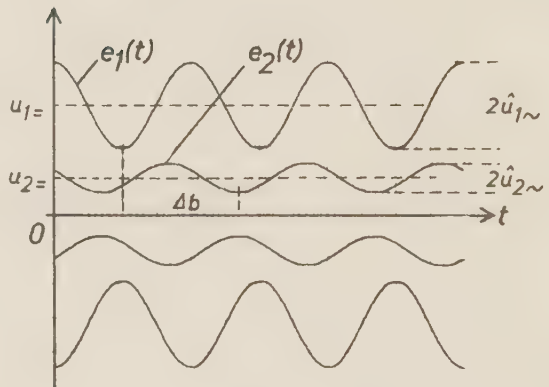


Abb.3.5
Sendsignal $u_1(t)$
sowie Sende- und
Empfangshüllkurve
 $\pm e_1(t)$ und $\pm e_2(t)$
bei verzerrungs-
freiem Prüfling



3.2 Definition der Übertragungsgrößen Spaltdämpfung und Spaltlaufzeit sowie Nyquistdämpfung und Nyquistlaufzeit. Meßeinrichtungen

Für die Behandlung des nicht verzerrungsfreien Prüflings wird sich zunächst die Einführung zweier neuer Übertragungsgrößen im Frequenzbereich als nützlich erweisen. Sie führen zu einer geeigneten Charakterisierung des Übertragungsverhaltens des Prüflings als Ausgangspunkt für eine klare Erfassung der beim Nyquistverfahren gemessenen Größen.

In Abb. 3.6 ist ein beliebiger Dämpfungs- und Phasenverlauf eines Prüflings dargestellt. ω_S sei wieder die Modulations-Kreisfrequenz des amplitudenmodulierten Signals, ω_T die Träger-Kreisfrequenz. Offenbar wird das Übertragungsverhalten bei dem gewählten Sendesignal nicht nur an einem Frequenzpunkt ω_T , sondern an drei Stellen im Frequenzspalt $\omega_T - \omega_S \leq \omega \leq \omega_T + \omega_S$ bestimmt; dies ist der Grund, warum sich für die Modulationsfrequenz des Signals die Bezeichnung *S p a l t f r e q u e n z* eingeführt hat. In Anlehnung an diese Bezeichnung seinen nun folgende neue Übertragungsgrößen definiert:

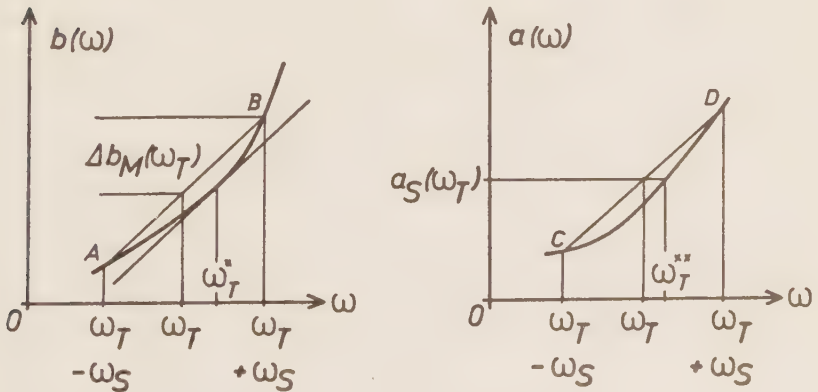


Abb.3.6 Zur Definition der Spaltlaufzeit und der Spaltdämpfung

Spaltlaufzeit

Die Spaltlaufzeit $t_S(\omega_T)$ sei gemäß Abb. 3.6 die Steigung der Sehne AB , wenn A bzw. B Punkte auf der Phasenkurve bei den Kreisfrequenzen $\omega_T - \omega_S$ bzw. $\omega_T + \omega_S$ kennzeichnen, d.h. es ist

$$t_S(\omega_T) = \frac{\Delta b_M(\omega_T)}{\omega_S} \quad (3.15)$$

Die Spaltlaufzeit stellt die Steigung der Phase, d.h. also die Gruppenlaufzeit des Prüflings bei der Kreisfrequenz ω_T^* dar, allgemein also mindestens einen Gruppenlaufzeitwert innerhalb des Frequenzspaltes $\omega_T - \omega_S \leq \omega \leq \omega_T + \omega_S$, wobei ω_T^* insbesondere dann gleich ω_T gesetzt werden kann, wenn die Phasenkurve im Spalt linear verläuft.

Spaltdämpfung

Die Spaltdämpfung $a_S(\omega)$ sei gemäß Abb. 3.6 der Funktionswert auf der Sehne CD bei der Kreisfrequenz ω_T , wenn C bzw. D Punkte auf der Dämpfungskurve bei den Kreisfrequenzen $\omega_T - \omega_S$ bzw. $\omega_T + \omega_S$ kennzeichnen.

Die Spaltdämpfung stellt die Dämpfung des Prüflings bei der Kreisfrequenz ω_T^* dar, allgemein also mindestens einen Dämpfungswert innerhalb des Frequenzspaltes $\omega_T - \omega_S \leq \omega \leq \omega_T + \omega_S$, wobei ω_T^* insbesondere dann mit ω_T identisch ist, wenn die Dämpfungskurve im Spalt linear verläuft.

Spaltlaufzeit und Spaltdämpfung sind aus dem Frequenzverhalten des Prüflings abgeleitet. Es sollen nun die Übertragungsgrößen definiert werden, die das Zeitverhalten des Prüflings speziell für den Fall beschreiben, daß gemäß der Nyquistmethode ein amplitudenmoduliertes Signal mit den Hüllkurven $\pm e_1(t)$ an den Prüfling gelegt wird. Es kann an Hand eines Zeigerdiagrammes gezeigt werden, daß die Hüllkurven $\pm e_2(t)$ am Ausgang des Prüflings im allgemeinen verzerrt erscheinen, obwohl $e_1(t)$ sinusförmig ist und beim Prüfling lineare Eigenschaften vorausgesetzt werden.



THEORY OF THE CONSTRUCTION OF THE CURVES OF THE FIRST ORDER

The theory of the construction of the curves of the first order is a branch of geometry which deals with the properties of the curves which can be constructed by the aid of a straight line and a circle. The curves of the first order are the straight line, the circle, the ellipse, the parabola, and the hyperbola. The theory of the construction of these curves is of great importance in the theory of the construction of the curves of the second order, and of the curves of the third order.

The theory of the construction of the curves of the first order is a branch of geometry which deals with the properties of the curves which can be constructed by the aid of a straight line and a circle. The curves of the first order are the straight line, the circle, the ellipse, the parabola, and the hyperbola. The theory of the construction of these curves is of great importance in the theory of the construction of the curves of the second order, and of the curves of the third order.

tritt eine Phasenmodulation des Trägers auf.

Daraus folgt, daß auch die Hüllkurve der Ausgangsspannung nicht mehr sinusförmig ist, ein Phasenvergleich mit der Eingangshüllkurve ist also nicht mehr möglich und auch der Amplitudenvergleich muß neu festgelegt werden.

Abb. 3.8 zeigt links eine typische Verzerrung der Hüllkurve bei starkem Dämpfungsfrequenzgang des Prüflings, die Abweichung vom sinusförmigen Verlauf ist deutlich erkennbar.

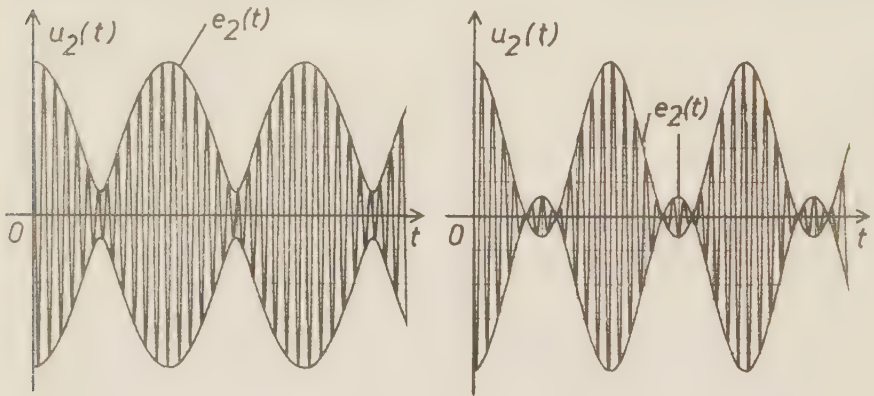


Abb. 3.8 Verzerrung der Hüllkurven bei Prüflingen mit starkem Dämpfungsfrequenzgang

Der rechte Spannungsverlauf zeigt eine übermodulierte Trägerschwingung, die am Ausgang des Prüflings erscheinen kann, obwohl für die Eingangsspannung nach Gl. 3.1 ein Modulationsgrad $m \leq 1$ gewählt wurde. Dies kann eintreten, wenn im Prüfling die Trägerschwingung stärker gedämpft wird als die beiden Seitenlinien. Da die Demodulation im Meßempfänger durch eine Gleichrichtung erfolgt, setzt sich die gemessene Hüllkurve aus nur positiven (oder negativen) sinusförmigen oder aber sinusartigen großen und kleinen Teilkurven zusammen, weicht also stark von einem Sinusverlauf ab.

Im folgenden sei der Einfachheit halber unter dem Begriff Hüllkurve im Gegensatz zur Gesamthüllkurve nur der positive Teil der Kurve verstanden. Es ist zu beachten, daß diese positive Hüllkurve nicht immer identisch ist mit dem Teil der rechnerischen Hüllkurve $\pm e_2(t)$, der dem positiv gewählten Vorzeichen entspricht, da $+e_2(t)$ durchaus negative Werte annehmen kann.

Schon Nyquist [5] gab an, daß sein Verfahren trotz der Beschränkung auf Allpässe zu Oberschwingungen der Hüllkurve führt, sobald ein nicht frequenzlinearer Phasengang vorliegt. Er machte deshalb den Vorschlag, nur die **G r u n d s c h w i n g u n g** der Ausgangshüllkurve zum Vergleich mit der Eingangshüllkurve heranzuziehen.

Damit war auch das Problem des Hüllkurven-Demodulators umgangen, der deshalb nicht exakt realisiert werden kann, weil die Oberschwingungen der Hüllkurve im allgemeinen bis $\omega = \infty$ reichen und ein Ausfiltern der bei der Gleichrichtung des modulierten Signals auftretenden und nicht zur Hüllkurve gehörenden Spektrallinien praktisch nicht möglich ist.

Die nach diesem Verfahren gemessene Laufzeit soll Nyquistlaufzeit genannt werden und ist also wie folgt definiert:

Nyquistlaufzeit

Die Nyquistlaufzeit sei gemäß Abb. 3.5 der Quotient aus der Phasenverschiebung $\Delta b(\omega_T)$ der Grundschiwingung der Hüllkurve beim Durchlaufen des Prüflings und der Spalt-Kreisfrequenz ω_S :

$$t_N(\omega_T) = \frac{\Delta b(\omega_T)}{\omega_S} . \quad (3.16)$$

Nyquist wies nach, daß diese Laufzeit beim Allpaß gleich der hier Spaltlaufzeit genannten Größe ist, was später noch bestätigt werden soll. Geht man von der Beschränkung auf den Allpaß ab, ist der Zusammenhang der Nyquistlaufzeit mit den Eigenschaften des Prüflings im Frequenzbereich jedoch weit komplizierter.

Soll die von ihren Oberschwingungen befreite Hüllkurve auch zur Messung der Dämpfung des Prüflings herangezogen werden, so bieten sich wieder die beiden Möglichkeiten an, entweder den Gleichspannungsanteil oder aber den Wechselspannungsanteil der positiven(bzw. negativen) Hüllkurve am Ein-und Ausgang des Prüflings als Vergleichsgrößen heranzuziehen. Es wird sich im nächsten Abschnitt zeigen, daß dies jetzt aber zu u n t e r s c h i e d l i c h e n E r g e b n i s s e n führt. Aus diesem Grund sollen folgende beiden Definitionen gelten:

Nyquist-Grundschwingungsdämpfung

Die Nyquist-Grundschwingungsdämpfung sei gemäß Abb. 3.5 der nat. Logarithmus aus dem Verhältnis der Amplitude des (sinusförmigen) Wechselspannungsanteils der Hüllkurve am Eingang zu der Amplitude des Grundschwingungsanteils der Hüllkurve am Ausgang des Prüflings,

$$(3.17) \quad a_{N\sim}(\omega_T) = \ln \frac{\dot{u}_{1\sim}}{\dot{u}_{2\sim}(\omega_T)} \quad (\text{in Neper}).$$

Nyquist-Mittelwertdämpfung

Die Nyquist-Mittelwertdämpfung sei gemäß Abb. 3.5 der nat. Logarithmus aus dem Verhältnis des arithmetischen Mittelwertes der Hüllkurve am Eingang zum arithmetischen Mittelwert der Hüllkurve am Ausgang des Prüflings.

$$(3.18) \quad a_{N_2}(\omega_T) = \ln \frac{u_1}{u_2(\omega_T)} \quad (\text{in Neper}).$$

Bei Prüflingen, die bezüglich der Übertragung der Hüllkurve verzerrungsfrei sind, ist gemäß Gl. 3.12 die Nyquist-Grundschwingungsdämpfung gleich der Nyquist-Mittelwertdämpfung, beide entsprechen der (frequenzunabhängigen) Dämpfung des Prüflings.

Die Abbildungen 3.9 und 3.10 zeigen das Blockschaltbild einer Meßanordnung zur Bestimmung der Nyquistlaufzeit und der Nyquist-Grundschwingungs- und Nyquist-Mittelwertdämpfung. Die Demodulation kann durch einfache Gleichrichtung mit nachfolgender Siebung erfolgen, auf die Wirkungsweise der Dämpfungs- bzw. Phasenmesser soll nicht näher eingegangen werden.

Schwierigkeiten macht bei der Messung von Übertragungssystemen über größere Entfernungen die Bereitstellung einer Bezugsleitung. Streng genommen muß diese über den gesamten interessierenden Frequenzbereich die Dämpfung null und eine konstante Phase aufweisen. Interessiert nur der Frequenzgang der Dämpfung und der Laufzeit des Prüflings, also nicht der Absolutwert, so reduziert sich die Forderung an den Bezugskanal auf konstantes Dämpfungs- und lineares Phasenverhalten. Man kann die Hüllkurve im Vergleichskanal aber auch bei konstanter Trägerfrequenz übertragen, wobei die Modulation des Vergleichsträgers mit der Spaltfrequenz synchron mit der Modulation des Meßträgers gekoppelt sein muß. Jetzt entfallen alle Forderungen an das Frequenzverhalten der Bezugsleitung, es genügen die allgemein hier vorausgesetzten Eigenschaften der Linearität und Zeitinvarianz. (Es wird

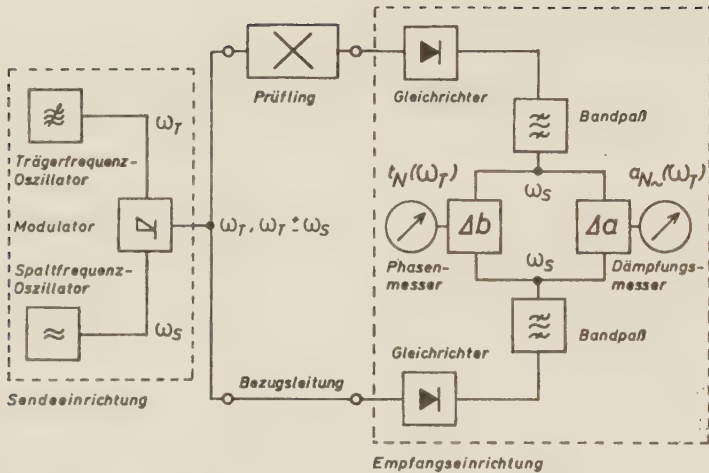


Abb. 3.9 Blockschaltbild der Meßanordnung für die Bestimmung der Nyquistlaufzeit und der Nyquist-Grundschrwingungsdämpfung

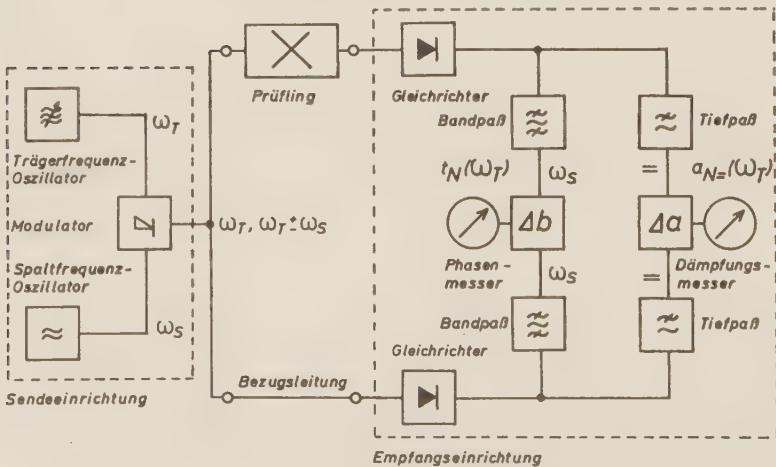


Abb. 3.10 Blockschaltbild der Meßanordnung für die Bestimmung der Nyquistlaufzeit und der Nyquist-Mittelwertdämpfung

sich zeigen, daß für die Messung der Nyquistlaufzeit und der Nyquist-Grundschwingungsdämpfung eine gewisse zusätzliche Forderung insofern besteht, als die Grundschwingung der Hüllkurve bei der Übertragung nicht verschwinden darf.)

Man kann noch einen Schritt weitergehen und auf die **Bezugsleitung** ganz verzichten, wenn das Bezugssignal bei konstanter Trägerfrequenz über den Prüfling selbst übertragen wird, man wird dann den Träger des Bezugssignals in seiner Frequenz etwas außerhalb des zu messenden Bereichs legen. Eine andere Möglichkeit besteht darin, den Träger fortwährend zwischen der Meßfrequenz und der Vergleichsfrequenz umzuschalten, wobei jedoch die Hüllkurve eine durchgehende Sinusschwingung darstellt. In[7] ist dieses Meßprinzip näher beschrieben.

Man kann natürlich das Bezugssignal auch am Empfangsort erzeugen, dies verlangt aber eine hohe Übereinstimmung der Bezugsfrequenz mit der Spaltfrequenz des Senders und damit eine hohe zeitliche Konstanz beider Oszillatoren.

Es ist klar, daß die Genauigkeit und die Auflösung der angezeigten Dämpfung und Laufzeit abhängig sind von der Güte des Dämpfungsmessers und des Phasenmessers. Aus Gl. 3.16 folgt, daß die Auflösung des Phasenmessers bei einer zu messenden Laufzeit umso größer sein muß, je kleiner ω_S gewählt wird. Es empfiehlt sich aus dieser Sicht, eine große Spaltfrequenz zu wählen, wobei dann aber die Nyquistlaufzeit und die Nyquistdämpfungen bei nicht verzerrungsfreien Prüflingen stark von der Gruppenlaufzeit und der tatsächlichen Dämpfung abweichen können. Die Wahl der Spaltfrequenz stellt daher im allgemeinen einen Kompromiß dar, bei dem auch noch die Einschwingzeit der Filter eine Rolle spielt, mit denen die Grundschwingung oder der Mittelwert der Hüllkurve im Empfänger ausgesiebt werden: Kurze Einschwingzeiten sind bei großer Spaltfrequenz er-

reichbar und gestatten beispielsweise ein schnelleres Wobeln bei oszillografischer Anzeige der Dämpfung bzw. Laufzeit. Man wird also bestrebt sein, die Spaltfrequenz so groß wie möglich zu wählen und die Untersuchungen in Kapitel 3.6 sollen an Hand der maximalen Gruppenlaufzeit- und Dämpfungsverzerrungen von Telefonleitungen klären, welche Spaltfrequenz bei einer gewünschten Meßgenauigkeit noch zulässig ist. Ferner werden es die Untersuchungen gestatten, im Abschnitt 4 dieser Arbeit die Fehler bei der Messung der Dämpfungs- und Laufzeitentzerrer zu berücksichtigen, wobei insbesondere bei der Prüfung einzelner Entzerrerstufen eine hohe Genauigkeit der ermittelten Werte gefordert werden muß.

Dies setzt voraus, daß die Berechnungen nicht auf kleine Werte für die Spaltfrequenz beschränkt werden dürfen, Näherungsbetrachtungen also nicht statthaft sind.

3.3 Berechnung der Nyquistdämpfungen und der Nyquistlaufzeit aus dem Frequenzverhalten eines Zweitores. Regeln für Fehlerabschätzungen. Beispiele

In diesem Kapitel sollen die Nyquistdämpfungen und die Nyquistlaufzeit eines Zweitores berechnet werden, wobei für letzteres die Eigenschaften der Kausalität, Zeitinvarianz und Linearität vorausgesetzt werden. Der Verlauf der Dämpfung und der Phase über der Frequenz sei bekannt, Abb. 3.11.

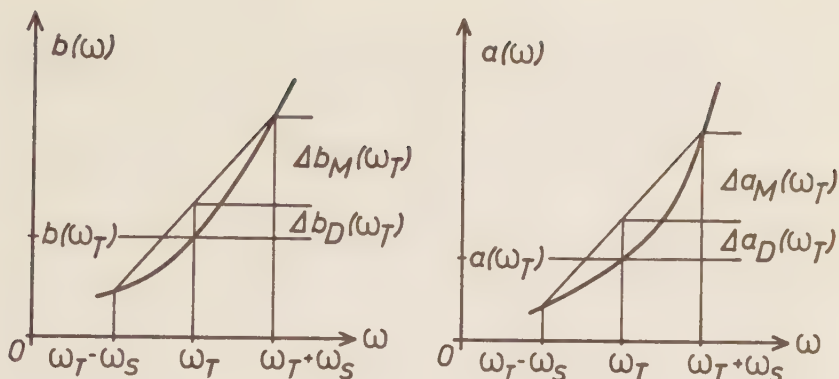


Abb. 3.11 Dämpfungs- und Phasenverlauf des Zweitorts
im Frequenzspalt $\omega_T - \omega_S \leq \omega \leq \omega_T + \omega_S$

Gemäß dieser Darstellung sollen zur Beschreibung des Übertragungsverhaltens des Prüflings bei den Kreisfrequenzen $\omega_T - \omega_S$, ω_T und $\omega_T + \omega_S$ folgende Größen herangezogen werden:

$a(\omega_T)$ = Dämpfung bei ω_T ,

$\Delta a_D(\omega_T)$ = Dämpfungsdurchhang,

$\Delta a_M(\omega_T)$ = mittlerer Dämpfungsanstieg,

$b(\omega_T)$ = Phase bei ω_T ,

$\Delta b_D(\omega_T)$ = Phasendurchhang,

$\Delta b_M(\omega_T)$ = mittlerer Phasenanstieg.

Der Dämpfungs- und Phasendurchhang sowie der mittlere Dämpfungs- und Phasenanstieg können ebenso wie die Dämpfung und Phase bei der Kreisfrequenz ω_T auch negative

werte annehmen. Die Wahl gerade dieser Größen wird sich für die Rechnung als besonders nützlich erweisen; es wird sich zeigen, daß für den eigentlichen Rechengang eine Reduzierung dieser 6 das Übertragungsverhalten kennzeichnenden Größen auf lediglich zwei Größen möglich ist. Zu diesem Zweck wird der Prüfling gedanklich in mehrere Teilzweitore zerlegt, die in Kette geschaltet sind, wobei man sich dazwischen ideale Entkoppler vorzustellen hat, die selbst zum Übertragungsverhalten nichts beitragen, Abb.3.12. Für die vorliegende Betrachtung ist es nicht erforderlich, daß diese Teilzweitore realisierbare Übertragungsfunktionen besitzen, es genügt, wenn die Kettenschaltung aller drei Zweitore zur Dämpfungs- und Phasencharakteristik des vorgegebenen und deshalb realisierbaren Gesamtzweitores führt.

Aus der Abbildung geht hervor, daß das Zweitor ZT-1 nur die Amplitude der beiden Seitenlinien beeinflusst. Da dies in gleichem Maße geschieht, kommt es einer Änderung des Modulationsgrades m der Eingangsspannung gleich. Das Zweitor ZT-3 aber hat bezüglich der Hüllkurve ein verzerrungsfreies Übertragungsverhalten, da seine Dämpfung konstant und seine Phase linear ist, d.h. bei der Berechnung der Nyquistlaufzeit und der beiden Nyquistdämpfungen kann man sich im wesentlichen auf die Betrachtung des Zweitores ZT-2 beschränken. Dieses wird aber in seinem Übertragungsverhalten vollständig beschrieben durch die beiden Größen

$\Delta a_M(\omega_T)$ und $\Delta b_D(\omega_T)$, also durch den mittleren Dämpfungsanstieg und den Phasendurchhang des zu messenden Zweitores ZT bei der Kreisfrequenz ω_T . Der Einfluß von ZT-1 und ZT-3 kann anschließend dann sehr einfach berücksichtigt werden. Voraussetzung bei dieser Betrachtung ist allerdings, daß im Hinblick auf Zweitor ZT-1 ($\Delta a_D(\omega_T)$ kann < 0 sein!) für den Modulationsgrad der Eingangsspannung $u_{12}(t)$ am Zweitor ZT-2 beliebig große Werte zugelassen werden.

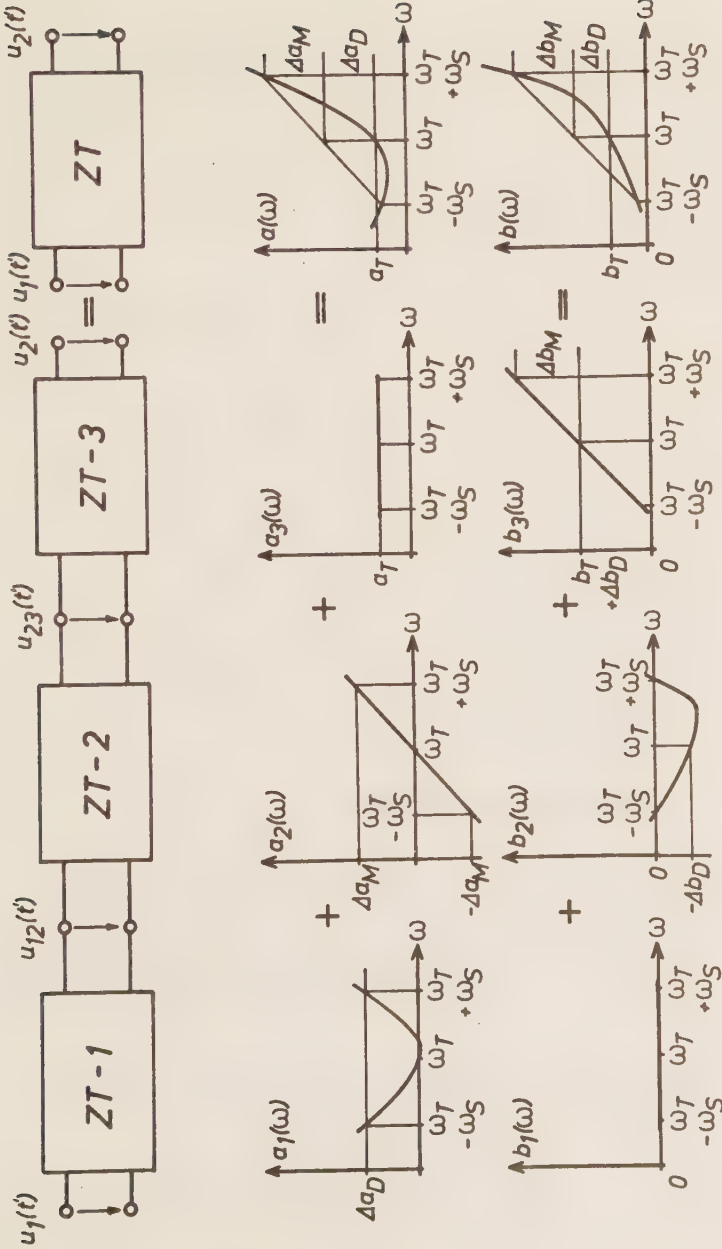


Abb. 3.12 Aufteilung des Prüflings in eine Kettenschaltung von drei Teilzweitoren

$u_{12}(t')$ ist wieder von der Form gemäß Gl. 3.1:

$$u_{12}(t') = \hat{u}_1 [1 + m^2 \cos(\omega_S t' - \varphi)] \cos(\omega_T t' - \psi').$$

Die Wahl von $\varphi = 0$ bedeutet keine Einschränkung, da dies bei einer festen Kreisfrequenz ω durch eine Zeitverschiebung stets erreicht werden kann. Setzt man nämlich

$$t' = t + \frac{\varphi}{\omega_S},$$

so erhält man

$$u_{12}(t) = \hat{u}_1 (1 + m^2 \cos(\omega_S t)) \cos(\omega_T t + \frac{\omega_T \varphi}{\omega_S} - \psi')$$

oder

$$(3.19) \quad u_{12}(t) = \hat{u}_1 (1 + m^2 \cos(\omega_S t)) \cos(\omega_T t - \psi).$$

Daß ψ jetzt von der Trägerfrequenz abhängig ist, soll nicht besonders gekennzeichnet werden, spielt es doch für die weiteren Untersuchungen keine Rolle, da die Trägerphase für unsere Betrachtungen nicht von Interesse ist.

Das Zerlegen von $u_{12}(t)$ in die spektrale Darstellung und eine Bewertung der einzelnen Komponenten entsprechend dem Dämpfungs- und Phasenverhalten des Zweitorts ZT-2 nach Abb. 3.12 ergibt als Ausgangsspannung

$$(3.20) \quad \begin{aligned} u_{23}(t) = & \hat{u}_1 \cos(\omega_T t - \psi + \Delta b_D(\omega_T)) \\ & + \frac{m^2}{2} \hat{u}_1 e^{\Delta a_M(\omega_T)} \cos[(\omega_T - \omega_S)t - \psi] \\ & + \frac{m^2}{2} \hat{u}_1 e^{-\Delta a_M(\omega_T)} \cos[(\omega_T + \omega_S)t - \psi]. \end{aligned}$$

Die Aufgabe besteht nun darin, das Ausgangssignal in der Form

$$(3.21) \quad u_{23}(t) = e_{23}(t) \cos[\omega_T t - \chi(\omega_T)]$$

darzustellen. Man kann dies mittels trigonometrischer Transformationen [6] [8], komplexer Rechnung oder geometrischer Betrachtungen am Zeigerdiagramm erreichen. Da $\chi(\omega_T)$ nicht interessiert, genügt aber die Bestimmung der Gesamthüllkurve $\pm e_{23}(t)$, wozu $u_{23}(t)$ in Gleichung 3.20 im erweiterten Sinn wieder eine einparametrische Kurvenschar $u_{23}(t, \psi)$ darstellen soll, d.h. also ψ als unabhängiger Parameter aufgefaßt wird.

Für die Enveloppe $\pm e_{23}(t)$ gilt die Beziehung

(3.22) $\pm e_{23}(t) = u_{23}(t, \psi)$, wobei ψ speziell durch

$$(3.23) \quad \frac{\partial}{\partial \psi} u_{23}(t, \psi) = 0 \quad \text{bestimmt ist.}$$

Das ergibt die Gleichungen

$$(3.24) \quad \pm \frac{e_{23}(t)}{u_1} = \cos[(\omega_T t - \psi + \Delta b_D(\omega_T))]$$

$$+ \frac{m^2}{2} e^{\Delta a_M(\omega_T)} \cos[(\omega_T - \omega_S)t - \psi] + \frac{m^2}{2} e^{-\Delta a_M(\omega_T)} \cos[(\omega_T + \omega_S)t - \psi]$$

und

$$(3.25) \quad 0 = \sin[(\omega_T t - \psi + \Delta b_D(\omega_T))]$$

$$+ \frac{m^2}{2} e^{\Delta a_M(\omega_T)} \sin[(\omega_T - \omega_S)t - \psi] + \frac{m^2}{2} e^{-\Delta a_M(\omega_T)} \sin[(\omega_T + \omega_S)t - \psi].$$

Die Elimination von ψ ist leicht erreichbar, indem man die linke und die rechte Seite der Gleichungen quadriert und die jeweiligen Seiten sodann addiert. Es ergibt sich unter Verwendung der Substitutionen

$$\begin{aligned} \alpha &= \omega_T t - \psi + \Delta b_D(\omega_T), \\ \beta &= (\omega_T - \omega_S)t - \psi, \end{aligned} \quad (3.26)$$

$$\text{und } \gamma = (\omega_T + \omega_S)t - \psi$$

$$\begin{aligned}
\frac{e_{23}^2(t)}{\hat{u}_1^2} &= 1 + m^2 e^{\Delta a_M(\omega_T)} \cos \alpha \cos \beta + m^2 e^{-\Delta a_M(\omega_T)} \cos \alpha \cos \gamma + \frac{m^2}{4} e^{2\Delta a_M(\omega_T)} \\
&+ \frac{m^2}{2} \cos \beta \cos \gamma + \frac{m^2}{4} e^{-2\Delta a_M(\omega_T)} + m^2 e^{\Delta a_M(\omega_T)} \sin \alpha \sin \beta \\
&+ m^2 e^{-\Delta a_M(\omega_T)} \sin \alpha \sin \gamma + \frac{m^2}{2} \sin \beta \sin \gamma \\
&= 1 + \frac{m^2}{4} (e^{2\Delta a_M(\omega_T)} + e^{-2\Delta a_M(\omega_T)}) \\
&+ m^2 e^{\Delta a_M(\omega_T)} \cos(\alpha - \beta) + m^2 e^{-\Delta a_M(\omega_T)} \cos(\alpha - \gamma) + \frac{m^2}{2} \cos(\beta - \gamma)
\end{aligned}$$

oder mit Gl. 3.26 und nach geeigneter Umformung

$$\begin{aligned}
\frac{e_{23}^2(t)}{\hat{u}_1^2} &= 1 + m^2 \sinh^2 \Delta a_M(\omega_T) + 2m^2 \cosh \Delta a_M(\omega_T) \cos \Delta b_D(\omega_T) \cos(\omega_S t) \\
&- 2m^2 \sinh \Delta a_M(\omega_T) \sin \Delta b_D(\omega_T) \sin(\omega_S t) + m^2 \cos^2(\omega_S t) \\
&= E^2(\omega_S t) \quad (3.27)
\end{aligned}$$

$$E(\omega_S t) = \sqrt{1 + m^2 \sinh^2 \Delta a_M(\omega_T) + \dots} \quad (3.28)$$

$$e_{23}(t) = \pm \hat{u}_1 E(\omega_S t). \quad (3.29)$$

Ein Vergleich dieses Ergebnisses mit dem Ergebnis, das man bei strenger Umformung von Gl. 3.20 in die Form von Gl. 3.21 (beispielsweise durch trigonometrische Verfahren) erhält, zeigt, daß die Berechnung des von uns Hüllkurve genannten Signalfaktors $e_{23}(t)$ als mathematische Envelope auch für den Fall zulässig ist, daß ω_S und ω_T nicht in irrationalem Verhältnis zueinander stehen.

Für die folgenden Betrachtungen sei stets

$$E(\omega_S t) \geq 0 \quad (3.30)$$

angenommen, also nur die positive Wurzel in Gl. 3.28 betrachtet. $E(\omega_S t)$ stellt also die auf $\hat{u}_1$ bezogene positive Hüllkurve des Ausgangssignals $u_{23}(t)$ dar. Daß diese Hüllkurve im allgemeinen Fall nicht sinusförmig ist, kann leicht aus Gl. 3.28 ersehen werden. $+e_{23}(t)$ ist jetzt der positive, $-e_{23}(t)$ der negative Teil der Gesamthüllkurve.

Da zur Messung der Nyquistdämpfungen und der Nyquistlaufzeit lediglich der zeitliche Mittelwert und die Grundschwingung der positiven Hüllkurve herangezogen werden, muß diese in eine Fourierreihe zerlegt werden. Man kann schreiben

$$\begin{aligned} E(\omega_S t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} E(\omega_S t) d(\omega_S t) \\ &+ \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} E(\omega_S t) \cos(\omega_S t) d(\omega_S t) \cdot \cos \omega_S t \\ (3.31) \quad &+ \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} E(\omega_S t) \sin(\omega_S t) d(\omega_S t) \cdot \sin \omega_S t \\ &+ \dots \end{aligned}$$

Nach dem Entfernen sämtlicher Oberschwingungen durch einen ideal angenommenen Tiefpaß erhält man aus Gl. 3.29 und Gl. 3.30 nach einfacher Umformung als Mittelwert und Grundschwingung der positiven Hüllkurve $e_{23}(t)$ die Spannung

$$e_{23}^*(t) = \frac{\dot{u}_1}{\pi} \left[\frac{1}{2} \int_{-\pi}^{+\pi} E(x) dx \right. \quad (3.32)$$

$$+ \sqrt{\left(\int_{-\pi}^{+\pi} E(x) \sin x dx \right)^2 + \left(\int_{-\pi}^{+\pi} E(x) \cos x dx \right)^2} \cdot \cos(\omega_S t - \arctg \frac{\int_{-\pi}^{+\pi} E(x) \sin x dx}{\int_{-\pi}^{+\pi} E(x) \cos x dx})],$$

wobei in den Integralen

$$\omega_S t = x \quad (3.33)$$

gesetzt wurde.

Um den gesuchten positiven Teil der Hüllkurve der Ausgangsspannung $u_2(t)$ zu erhalten, muß jetzt dem Zweitor ZT-2 gemäß Abb. 3.12 noch das Zweitor ZT-1 vor- und das Zweitor ZT-3 nachgeschaltet werden.

Das Vorschalten von ZT-1 bewirkt lediglich, daß der Modulationsgrad m der Spannung $u_1(t)$ in den Modulationsgrad m^* von $u_2(t)$ verwandelt wird, also gilt

$$m^* = m e^{-\Delta a_D(\omega_T)} \quad (3.34)$$

Das Nachschalten von ZT-3 dagegen bewirkt eine im interessierenden Frequenzspalt konstante Dämpfung $a_T = a(\omega_T)$ und eine frequenzlineare Phasenverschiebung um $2\Delta b_M(\omega_T)$, so daß keine weitere Verzerrung der Hüllkurve erfolgt. Damit errechnet sich der von den Oberschwingungen befreite positive Teil der Hüllkurve der Ausgangsspannung $u_2(t)$ aus $e_{23}^*(t)$ nach Gl. 3.12 zu

$$(3.35)$$

$$e_2^*(t) = \frac{\dot{u}_1}{\pi} e^{-a(\omega_T)} \left[\frac{1}{2} \int_{-\pi}^{+\pi} E(x) dx + \sqrt{\left(\int_{-\pi}^{+\pi} E(x) \sin x dx \right)^2 + \left(\int_{-\pi}^{+\pi} E(x) \cos x dx \right)^2} \right] \cdot \cos[\omega_S t - \arctg \frac{\int_{-\pi}^{+\pi} E(x) \sin x dx}{\int_{-\pi}^{+\pi} E(x) \cos x dx} - \Delta b_M(\omega_T)].$$

Der Vergleich mit dem positiven Teil der Hüllkurve der Eingangsspannung nach Gl.3.2 mit $\varphi = 0$

$$e_1(t) = \hat{u}_1 (1 + m \cos(\omega_S t)) \quad m \leq 1$$

führt nun zu den gesuchten Übertragungsgrößen.

Für die Nyquistlaufzeit gilt unter Beachtung von Gl.3.16

$$t_N(\omega_T) = \frac{1}{\omega_S} \left[\Delta b_M(\omega_T) + \arctg \frac{\int_{-\pi}^{+\pi} E(x) \sin x \, dx}{\int_{-\pi}^{+\pi} E(x) \cos x \, dx} \right]$$

$$t_N(\omega_T) = t_S(\omega_T) + \frac{1}{\omega_S} \arctg \frac{\int_{-\pi}^{+\pi} E(x) \sin x \, dx}{\int_{-\pi}^{+\pi} E(x) \cos x \, dx} \quad (3.36)$$

Die Nyquist-Grundswingungsdämpfung wird

$$\begin{aligned} a_{N\sim}(\omega_T) &= \ln \frac{\hat{u}_1 m}{\frac{\hat{u}_1}{\pi} e^{-a(\omega_T)} \sqrt{\left(\int_{-\pi}^{+\pi} E(x) \sin x \, dx \right)^2 + \left(\int_{-\pi}^{+\pi} E(x) \cos x \, dx \right)^2}} \\ &= a(\omega_T) + \Delta a_D(\omega_T) + \ln \frac{m e^{-\Delta a_D(\omega_T)} \pi}{\sqrt{\dots}} \end{aligned}$$

oder unter Berücksichtigung von Abb.3.6 und 3.11 und Gl.3.34

$$a_{N\sim}(\omega_T) = a_S(\omega_T) + \ln \frac{m^2 \pi}{\sqrt{\left(\int_{-\pi}^{+\pi} E(x) \sin x \, dx \right)^2 + \left(\int_{-\pi}^{+\pi} E(x) \cos x \, dx \right)^2}} \quad (3.37)$$

Als Nyquist-Mittelwertdämpfung ergibt sich schließlich

$$a_{N=}(\omega_T) = \ln \frac{\hat{u}_1}{\frac{\hat{u}_1}{\pi} e^{-a(\omega_T)} \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{+\pi} E(x) dx}$$

$$\boxed{a_{N=}(\omega_T) = a(\omega_T) + \ln \frac{2\pi}{\int_{-\pi}^{+\pi} E(x) dx}} \quad (3.38)$$

Für $E(x)$ gilt in diesen Ergebnissen die Beziehung

$$(3.39) \quad E(x) = \sqrt{1 + m^2 \sinh^2 \Delta a_M(\omega_T) + 2m^x [\cosh \Delta a_M(\omega_T) \cos \Delta b_D(\omega_T) \cos x - \sinh \Delta a_M(\omega_T) \sin \Delta b_D(\omega_T) \sin x] + m^2 \cos^2 x} \geq 0,$$

ferner ist nach Gl. 3.34 $m^x = m e^{-\Delta a_D(\omega_T)}$.

Die Gl. 3.36 bis 3.38 in Verbindung mit Gl. 3.39 zeigen, daß sowohl die Nyquistlaufzeit als auch die Nyquistdämpfungen in komplizierter Weise von den Übertragungseigenschaften des Prüflings im Frequenzbereich abhängen. Bei der Nyquistlaufzeit ist darüber hinaus noch die Vieldeutigkeit der arctg-Funktion zu beachten.

Für kleine Werte des mittleren Dämpfungsanstiegs $\Delta a_M(\omega_T)$ und des Phasendurchhangs $\Delta b_D(\omega_T)$ wird unter Verwendung der Näherungsformeln

$$\sinh \Delta a_M(\omega_T) \approx \Delta a_M(\omega_T),$$

$$\cosh \Delta a_M(\omega_T) \approx 1,$$

$$\sin \Delta b_D(\omega_T) \approx \Delta b_D(\omega_T),$$

$$\cos \Delta b_D(\omega_T) \approx 1$$

der auf $\hat{u}_1$ bezogene positive Teil der Ausgangshüllkurve

am Zweitor ZT-2 nach Gl. 3.39 zu

$$E(x) \approx \sqrt{(1 + m^* \cos x)^2}.$$

$E(x)$ stellt nach Vereinbarung stets die positive Wurzel dar. Gilt nun die Bedingung

$$m^* = m e^{-\Delta a_D(\omega_T)} \leq 1,$$

was wegen $m \leq 1$ für einen beliebig großen Dämpfungsdurchhang $\Delta a_D(\omega_T)$ und je nach Wahl von m auch noch für einen gewissen Bereich negativer Werte von $\Delta a_D(\omega_T)$ zutrifft, so kann man schreiben

$$E(x) \approx 1 + m^* \cos x$$

und es wird

$$\int_{-\pi}^{+\pi} E(x) dx = 2\pi, \quad \int_{-\pi}^{+\pi} E(x) \sin x dx = 0, \quad \int_{-\pi}^{+\pi} E(x) \cos x dx = m^* \pi$$

und

$$\left. \begin{aligned} t_N(\omega_T) &\approx t_S(\omega_T), \\ a_{N\sim}(\omega_T) &\approx a_S(\omega_T), \\ a_{N=}(\omega_T) &\approx a(\omega_T). \end{aligned} \right\} \quad (3.40)$$

Es gilt also die Regel:

- 1) Bei nur geringem Frequenzgang der Dämpfung und Gruppenlaufzeit eines Zweitores ist die Nyquist-Mittelwertdämpfung gleich der echten Dämpfung, die Nyquist-Grundschwingungsdämpfung gleich der Spaltdämpfung und die Nyquistlaufzeit gleich der Spaltlaufzeit.

Da für die Größe des (positiven) Dämpfungsdurchhangs $\Delta a_D(\omega_T)$ bei obiger Betrachtung keinerlei Einschränkung gemacht wurde, gilt für den Grenzfall $\Delta a_M(\omega_T) = \Delta b_D(\omega_T) = 0$ für einen einzelnen Frequenzpunkt folgende Regel:

- 2) Weist ein Prüfling innerhalb des Frequenzspaltes $\omega_T - \omega_S \leq \omega \leq \omega_T + \omega_S$ bei linearem Phasenverlauf ein Dämpfungsminimum mit gleichen Dämpfungswerten bei

$\omega = \omega_T \pm \omega_S$ auf, so ist die Nyquist-Grundschwingungsdämpfung gleich der Spaltdämpfung, die Nyquist-Mittelwertdämpfung gleich der tatsächlichen Dämpfung des Prüflings bei der Kreisfrequenz ω_T .

Dasselbe gilt auch für Dämpfungsmaxima, solange

$$m e^{-\Delta a_D(\omega_T)} \leq 1, \quad \text{also} \quad \Delta a_D(\omega_T) \geq \ln m \quad \text{ist.}$$

Die Spaltdämpfung ist in diesem Fall gleich der Dämpfung des Prüflings bei den Kreisfrequenzen $\omega_T \pm \omega_S$. Für die Phase genügt es auch, wenn statt des linearen Verlaufs lediglich die Punkte $b(\omega_T - \omega_S)$ und $b(\omega_T + \omega_S)$ punktsymmetrisch zu $b(\omega_T)$ liegen.

In Abb. 3.13 ist dieses Verhalten dargestellt. Man sieht daraus, daß die Messung der Nyquist-Grundschwingungsdämpfung zu einem Verwaschen welliger Dämpfungsverläufe führen kann; später werden sich noch andere Nachteile zeigen.

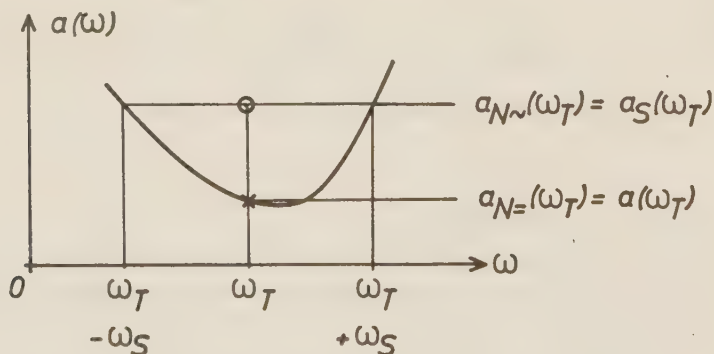


Abb. 3.13 Nyquistdämpfungen eines Prüflings mit einem Dämpfungsminimum und linearer Phase im Frequenzspalt $\omega_T - \omega_S \leq \omega \leq \omega_T + \omega_S$

Als weiterer Sonderfall sollen nun Prüflinge betrachtet werden, die entweder eine frequenzunabhängige Dämpfung

$$(\Delta a_M(\omega_T) = \Delta a_D(\omega_T) \equiv 0) \quad \text{oder aber eine lineare}$$

Phase ($\Delta b_D(\omega_T) \approx 0$) aufweisen.

Aus Gl. 3.39 ist zu entnehmen, daß in diesem Fall jeweils

$$2m^2 \sinh \Delta a_M(\omega_T) \sin \Delta b_D(\omega_T) \sin x \approx 0 \quad (3.41)$$

wird. Da dieser Ausdruck den einzigen ungeraden Summanden unter der Wurzel darstellt, wird $E(x)$ zu einer geraden Funktion, also

$$\int_{-\pi}^{+\pi} E(x) \sin x \, dx = 0.$$

Somit wird in diesem Fall

$$\left. \begin{aligned} t_N(\omega_T) &= t_S(\omega_T), \\ a_{N\sim}(\omega_T) &= a_S(\omega_T) + \ln \frac{m^2 \pi}{\int_{-\pi}^{+\pi} E(x) \cos x \, dx}, \\ a_{N=}(\omega_T) &= a(\omega_T) + \ln \frac{2\pi}{\int_{-\pi}^{+\pi} E(x) \, dx}, \end{aligned} \right\} \quad (3.42)$$

und es gilt die Regel:

- 3) Bei Allpässen mit beliebigem Frequenzgang der Phase und bei Prüflingen mit linearer Phase und beliebigem Frequenzgang der Dämpfung ist die Nyquistlaufzeit gleich der Spaltlaufzeit.

Aus dieser allgemeinen Regel können noch zwei weitere abgeleitet werden, die wie bei Regel Nr. 2 nur für bestimmte ausgezeichnete Frequenzpunkte Gültigkeit haben und die ebenfalls auf $\Delta a_M(\omega_T) = 0$ bzw. $\Delta b_D(\omega_T) = 0$ beruhen:

- 4) Weist ein Prüfling innerhalb des Frequenzspaltes $\omega_T - \omega_S \leq \omega \leq \omega_T + \omega_S$ bei beliebigem Phasenverlauf ein Dämpfungsminimum oder -maximum mit gleichen Dämpfungswerten bei $\omega = \omega_T \pm \omega_S$ auf, so ist die Nyquistlaufzeit bei der Kreis-

frequenz ω_T gleich der Spaltlaufzeit.

Man beachte, daß diese Regel weiter gefaßt ist als die entsprechende, für die Dämpfung geltende Regel Nr.2.

Ferner gilt:

- 5) Liegen die Phasenpunkte $b(\omega_T - \omega_S)$ und $b(\omega_T + \omega_S)$ eines Prüflings bei beliebigem Frequenzgang der Dämpfung punktsymmetrisch zum Phasenpunkt $b(\omega_T)$, so ist auch dann die Nyquistlaufzeit bei der Kreisfrequenz ω_T gleich der Spaltlaufzeit.

Ein zum Punkt $b(\omega_T)$ symmetrischer Verlauf der Phase entspricht einer Symmetrie der Gruppenlaufzeitkurve bezüglich der Geraden $\omega = \omega_T$. Zu $b(\omega_T)$ symmetrisch liegende Punkte eines ansonsten beliebigen Phasenverlaufs müssen aber nicht Laufzeitpunkten entsprechen, die zu $\omega = \omega_T$ symmetrisch sind.

Es soll nun der Fall des Allpasses noch näher betrachtet werden. Für diesen folgt aus Gl. 3.39

$$E(x) = \sqrt{1 + 2m \cos \Delta b_D(\omega_T) \cos x + m^2 \cos^2 x} \quad (3.43)$$

und speziell für

$$\Delta b_D(\omega_T) = \pm (2n+1) \frac{\pi}{2}, \quad n = 0, 1, 2, 3 \dots \text{ und mit } x = \omega_S t \quad (3.44)$$

$$E(\omega_S t) = \sqrt{1 + m^2 \cos^2 \omega_S t} = \sqrt{1 + \frac{m^2}{2} (1 + \cos 2\omega_S t)} \quad (3.45)$$

In dieser Hüllkurve ist die Grundschiwingung mit der Kreisfrequenz ω_S gar nicht mehr enthalten! Es wird also

$$a_{N\sim}(\omega_T) = \infty \quad (3.46)$$

und es gilt die weitere Regel:

- 6) Bei Allpässen mit einem Phasendurchhang im Frequenzspalt $\omega_T - \omega_S \leq \omega \leq \omega_T + \omega_S$

von der Größe $\Delta b_D(\omega_T) = \pm (2n+1) \frac{\pi}{2}$, $n = 0, 1, 2 \dots$ wird die Nyquist-Grundswingungsdämpfung unendlich groß, eine Messung der Nyquistlaufzeit ist nicht mehr möglich.

Während das Versagen des Phasenmessers zur Ermittlung der Gruppenlaufzeit wegen Unterschreitung seines Amplitudenbereichs nicht verhindert werden kann, ist eine Dämpfungsanzeige nach dem Nyquistverfahren auch für diesen Fall möglich, wenn der Empfänger anstelle der Nyquist-Grundswingungsdämpfung die Nyquist-Mittelwertdämpfung zur Anzeige bringt.

Daß die angeführten 6 Regeln sehr nützlich zum Abschätzen der Fehler der Nyquistdämpfungen und der Nyquistlaufzeit sein können, soll an einem ausführlichen Beispiel gezeigt werden.

In Abb. 3.14 sind die im Vorangegangenen definierten Dämpfungen und Laufzeiten bei Zweitoren mit der rationalen Übertragungsfunktion zweiten Grades der Form

$$H(p) = K \frac{(p - p_N)(p - p_N^*)}{(p - p_P)(p - p_P^*)} \quad (3.47)$$

dargestellt. Bei allen drei Zweitoren in Abb. 3.14a, 3.14b und 3.14c wurde als konstanter Faktor $K = 0.606$ gewählt. Für reelle Frequenzen ist $p = j\Omega$, wobei Ω für die Nyquist-Übertragungsgrößen die normierte Trägerfrequenz bedeute. Als Kenngrößen für das amplitudenmodulierte Signal sind

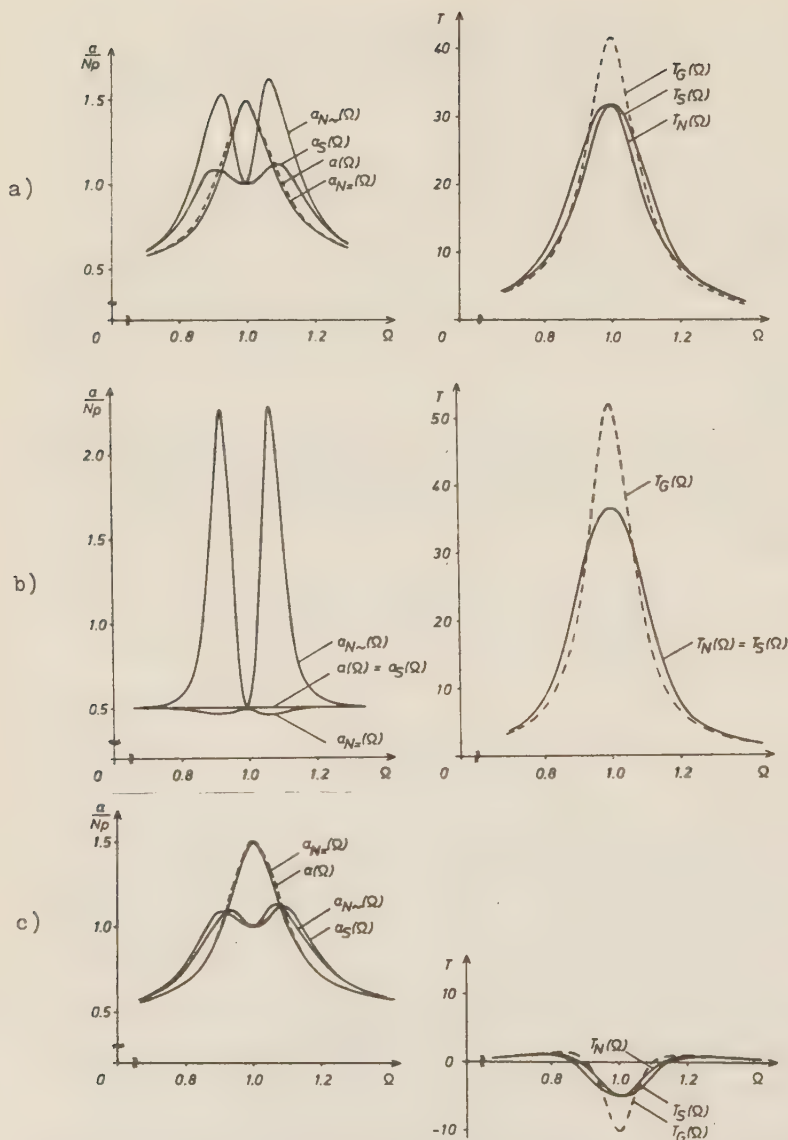
der Modulationsgrad $m = 0.4$

und die normierte Spaltfrequenz $\Omega_S = 0.1$

angenommen worden; bei der Spaltdämpfung und der Spaltlaufzeit wurde dieselbe Spaltfrequenz zugrunde gelegt.

Für die Beträge der komplexen Nullstellen und Pole gilt für alle drei Beispiele gemeinsam (mit einer Genauigkeit im Rahmen der gewählten Stellenzahl)

$$\operatorname{Re}^2 p_N + \operatorname{Im}^2 p_N = \operatorname{Re}^2 p_P + \operatorname{Im}^2 p_P = 1. \quad (3.48)$$



Zweitore mit Übertragungsfunktionen gemäß Gl. 3.47 und mit der Eigenschaft nach Gl. 3.48 spielen im zweiten Teil dieser Arbeit als Teilentzerrer für Dämpfung und Gruppenlaufzeit eine wichtige Rolle.

In Abb. 3.14a ist

$$p_N = 0,0776 + 0,997j,$$

$$p_P = -0,128 + 0,992j.$$

Die echte Dämpfung und die Gruppenlaufzeit haben einen glockenförmigen Verlauf, dessen Maximum bei der Dämpfung exakt, bei der Laufzeit näherungsweise auf $\Omega = 1$ zu liegen kommt. Die Abweichung der Nyquist-Mittelwertdämpfung $a_N(\Omega)$ vom echten (gestrichelten) Dämpfungsverlauf $a(\Omega)$ ist nur gering im Vergleich zur Abweichung der Nyquist-Grundschildungsdämpfung $a_{N\sim}(\Omega)$. Letztere weicht von $a(\Omega)$ viel mehr ab als die Spaltdämpfung $a_S(\Omega)$, was auf die starke Nichtlinearität des Phasenverlaufs zurückzuführen ist, die sich wiederum im starken Frequenzgang der (normierten) Gruppenlaufzeit $T_G(\Omega)$ äußert. Sowohl die Spaltlaufzeit $T_S(\Omega)$ als auch die Nyquistlaufzeit $T_N(\Omega)$ zeigen einen starken Abfall des Maximalwertes im Vergleich zu $T_G(\Omega)$.

Für eine Frequenz Ω_0 , für die wegen der näherungsweise zu $\Omega = 1$ symmetrisch verlaufenden Dämpfungskurve $a(\Omega)$

$$\Omega_0 \approx 1$$

gesetzt werden kann, gilt

$$a(\Omega_0 - \Omega_S) = a(\Omega_0 + \Omega_S),$$

d.h. also

$$\Delta a_M(\Omega_0) = 0.$$

Dies bedeutet, daß

$T_N(\Omega_0) = T_S(\Omega_0)$ wird (Regel Nr.4), was im Kurvenverlauf deutlich erkennbar ist.

Weil darüber hinaus auch $T_G(\Omega)$ näherungsweise symmetrisch zu $\Omega = \Omega_0 \approx 1$ verläuft, weist die Phasenkurve bezüglich $b(\Omega_0)$ ein ungefähr punktsymmetrisches Verhalten auf, d.h. es ist

$$\Delta a_D(\Omega_0) \approx 0.$$

Zusammen mit $\Delta a_M(\Omega_0) = 0$ führt dies zu den Eigenschaften

$$a_{N\sim}(\Omega_0) \approx a_S(\Omega_0)$$

und $a_{N\sim}(\Omega_0) \approx a(\Omega_0)$ (Regel Nr.2),

da auch die Zweiteforderung $\Delta a_D(\Omega_0) \geq (\eta m)$ erfüllt ist.

Die Kurven in Abb. 3.11b gehören zu einem Zweitor, das dieselben Nullstellen wie das Zweitor von Abb. 3.11a besitzt, dessen Pole aber spiegelbildlich zu den Nullstellen bezüglich der imaginären Achse liegen:

$$p_N = 0.0776 + 0.997j,$$

$$p_P = -0.0776 + 0.997j.$$

Das Zweitor stellt jetzt einen Allpass dar, d.h. die Dämpfung ist

$$a(\Omega) = \text{const.} = \ln \frac{1}{0.606} \approx 0.5 \text{ Np.}$$

Das bewirkt, daß gewisse Kurven übereinander fallen, es ist jetzt nämlich

$$T_N(\Omega) = T_S(\Omega) \quad (\text{Regel Nr.3})$$

und $a_S(\Omega) = a(\Omega).$

Die Gruppenlaufzeit weist ein höheres Maximum auf, da die Pole näher an die imaginäre Achse herangetreten sind. Die Laufzeitkurve ist weiterhin näherungsweise symmetrisch zu $\Omega = \Omega_0 \approx 1$, also

$$\Delta b_D(\Omega_0) \approx 0$$

und da wegen des Allpaßverhaltens

$$\Delta a_M(\Omega_0) \approx 0$$

ist, gilt auch hier

$$a_{N\sim}(\Omega_0) \approx a_S(\Omega_0) = a(\Omega_0)$$

und

$$a_{N=}(\Omega_0) \approx a(\Omega_0) \quad (\text{Regel Nr.2}),$$

der Kurvenverlauf läßt dies wieder deutlich sichtbar werden.

Sehr auffällig ist die starke Abweichung von $a_{N\sim}(\Omega)$ vom konstanten Dämpfungsverhalten. Die Entstehung der beiden hohen Dämpfungsspitzen ist durch die starke Krümmung der Phasenkurve vor und nach ihrem Wendepunkt bei $\Omega \approx 1$ zu erklären, die sich auch im starken Anstieg bzw. Abfall der Gruppenlaufzeitkurve äußert. Hier erreicht der Phasendurchhang $\Delta b_D(\Omega)$ annähernd $\pm \frac{\pi}{2}$, d.h. es beginnen sich nach Regel Nr.5 Dämpfungspole auszubilden. Man beachte die dagegen verhältnismäßig geringe Abweichung von $a_{N=}(\Omega)$ vom konstanten Verlauf!

Das bei Abb. 3.14c zugrunde gelegte Zweitor besitzt die Nullstellen und Pole

$$p_N = 0.0776 + 0.997j,$$

$$p_P = -0.128 + 0.992j,$$

d.h. im Vergleich zum Zweitor von Abb. 3.14a sind hier die Pole unverändert beibehalten worden, die Nullstellen dagegen von der rechten in die linke p -Halbebene gespiegelt worden, wiederum bezüglich der imaginären p -Achse. Das Zweitor stellt jetzt ein Minimalphasennetzwerk dar und besitzt dabei exakt denselben Verlauf der Dämpfung $a(\Omega)$ wie das Zweitor von Abb. 3.14a. Man erkennt das Minimalphasenverhalten am streckenweise negativen Verlauf der Gruppen-

laufzeit und am abgebauten Laufzeitmaximum, es ist sogar zu einem Minimum geworden. Auch für dieses Zweitor können bei der näherungsweise Fehlerbetrachtung für

$a_{N\sim}(\Omega)$ und $a_{N=}(\Omega)$ die Regeln Nr.2 und Nr.4 angewendet werden, besonders interessant ist aber die starke Änderung des Verlaufs der Nyquist-Grundschwingungsdämpfung im Vergleich zum Zweitor von Abb. 3.14a. Hier ist der Einfluß des Phasenverlaufs bzw. Gruppenlaufzeitganges auf

$a_{N\sim}(\Omega)$ deutlich erkennbar, weisen doch die Zweitore nach Abb. 3.14a und 14c, wie schon erwähnt, denselben Dämpfungsverlauf $a(\Omega)$ auf. Man beachte im Gegensatz dazu $a_{N=}(\Omega)$!

Obige Beispiele machen deutlich, daß in vielen Fällen $T_S(\Omega)$ eine brauchbare Näherung für $T_N(\Omega)$ darstellt und $a_{N=}(\Omega)$ meist nicht stark von $a(\Omega)$ abweicht, daß aber $a_S(\Omega)$ als Näherung für $a_{N\sim}(\Omega)$ nur bei sehr kleinen Phasenschwankungen in Frage kommt.

3.4 Berechnung der Fehler des Nyquistverfahrens bei der Messung der Dämpfung und Gruppenlaufzeit eines Zweitores mit rationaler Übertragungsfunktion und gegebenen Polen und Nullstellen

Die Berechnung der Nyquistdämpfungen und der Nyquistlaufzeit eines Zweitores bei einer beliebigen Trägerfrequenz ist möglich mit Hilfe der Gl. 3.36 bis 3.39. Erforderlich dazu ist die Kenntnis folgender Größen:

m = Modulationsgrad der Sendespannung,
 ω_S = Spalt-Kreisfrequenz der Sendespannung,

$a(\omega_T)$ = Dämpfung, $\Delta a_D(\omega_T)$ = Dämpfungsdurchhang, $\Delta a_M(\omega_T)$ = mittlerer Dämpfungsanstieg, $\Delta b_D(\omega_T)$ = Phasendurchhang, $\Delta b_M(\omega_T)$ = mittlerer Phasenanstieg,	}	bei der Träger- Kreis- frequenz ω_T .
---	---	---

m und ω_s sind für die Meßanordnung typische Konstanten, alle übrigen Größen errechnen sich aus der Übertragungsfunktion des Zweitores. Bezüglich ihrer Bedeutung sei noch einmal auf Abb. 3.11 verwiesen.

Sieht man von Pupinleitungen ab, sind die Laufzeitverzerrungen von Telefonkanälen zum größten Teil auf die bei Trägerfrequenzsystemen erforderlichen Kanalfilter und zu einem kleineren Teil auf die verwendeten Leitungsübertrager zurückzuführen, also auf Zweitore aus konzentrierten Schaltelementen. Da Pupinleitungen nur zu Laufzeitverzerrungen im oberen Frequenzbereich der Fernsprechanäle führen, die Meßfehler des Nyquistverfahrens, wie wir noch sehen werden, im unteren Frequenzbereich aber bei weitem überwiegen, können die in manchen Kanälen auftretenden Verzerrungen der Gruppenlaufzeit durch starke Pupinisierung der Niederfrequenzleitungen hier außer Betracht bleiben. Daher rührt die Tatsache, daß die Gruppenlaufzeitkurven der Kanäle durch Zweitore aus ebenfalls konzentrierten Schaltelementen mit relativ geringem Aufwand gut approximiert werden können. An Hand rationaler Übertragungsfunktionen, welche die in der Praxis auftretenden Laufzeitverzerrungen nachbilden, lassen sich dann die zu erwartenden Meßfehler berechnen. Um auch die auftretenden Dämpfungsverzerrungen zu berücksichtigen, muß noch ein gegen die Kanalgrenze ansteigender, in seltenen Fällen auch abfallender Dämpfungsverlauf nachgebildet werden.

Es sollen in diesem Kapitel zunächst in allgemeiner Form die Beziehungen abgeleitet werden, welche die Berechnung der Fehler der Nyquist-Übertragungsgrößen gestatten, wenn die Übertragungsfunktion eines Zweitores beliebigen Grades aus konzentrierten Schaltelementen durch die Lage der Pole und Nullstellen in der komplexen Frequenzebene gegeben ist. Mit Hilfe dieser Beziehungen lassen sich dann im nächsten Kapitel bei bekannter rationaler Übertragungsfunktion der Nachbildung eines Fernsprechanals die zu erwartenden Fehler bei der Messung der Dämpfung und der Gruppenlaufzeit

ermitteln.

Gegeben sei die Übertragungsfunktion (Wirkung : Ursache)
vom Grad $k+l+2(m+n)$ in der Form

$$H(p) = K \frac{\prod_{\mu=1}^k (p-p_{\mu}) \prod_{\mu=k+1}^{k+l} (p-p_{\mu})(p-p_{\mu}^*)}{\prod_{\mu=k+l+1}^{k+l+m} (p-p_{\mu}) \prod_{\mu=k+l+m+1}^{k+l+m+n} (p-p_{\mu})(p-p_{\mu}^*)} \quad (3.49)$$

Hierbei ist K ein konst. Faktor; die Funktion hat k reelle Nullstellen, l komplex konjugierte Nullstellenpaare, m reelle Pole und n komplex konjugierte Polpaare. Ist die Übertragungsfunktion durch die Koeffizienten des Zähler- und Nennerpolynoms gegeben, lassen sich hieraus die Nullstellen und Pole in bekannter Weise ermitteln. Ist nicht die Übertragungsfunktion, sondern die Struktur der Schaltung mit den Werten der Schaltelemente bekannt, ist hieraus zunächst die Übertragungsfunktion in der Form nach Gleichung 3.49 zu berechnen.

Der Betrag der Übertragungsfunktion für reelle Frequenzen wird mit

$$\left. \begin{array}{l} p = j\Omega, \quad \Omega = \text{normierte Frequenz} \\ \text{und} \\ p_{\mu} = \sigma_{\mu} + j\beta_{\mu} \end{array} \right\} (3.50)$$

zu

$$|H(j\Omega)| = |K| \sqrt{\frac{\prod_{\mu=1}^k (\sigma_{\mu}^2 + \Omega^2) \prod_{\mu=k+1}^{k+l} [4\sigma_{\mu}^2 \Omega^2 + (\sigma_{\mu}^2 + \beta_{\mu}^2 - \Omega^2)^2]}{\prod_{\mu=k+l+1}^{k+l+m} (\sigma_{\mu}^2 + \Omega^2) \prod_{\mu=k+l+m+1}^{k+l+m+n} [4\sigma_{\mu}^2 \Omega^2 + (\sigma_{\mu}^2 + \beta_{\mu}^2 - \Omega^2)^2]}} \quad (3.51)$$

und die Phase zu

$$\begin{aligned}
 b(\Omega) = -\arg H(j\Omega) = & -\sum_{\mu=1}^k \arctg \frac{\Omega}{-\sigma_{\mu}} - \sum_{\mu=k+1}^{k+l} \arctg \frac{-2\sigma_{\mu}\Omega}{\sigma_{\mu}^2 + \beta_{\mu}^2 - \Omega^2} \\
 (3.52) \quad & + \sum_{\mu=k+l+1}^{k+l+m} \arctg \frac{\Omega}{-\sigma_{\mu}} + \sum_{\mu=k+l+m+1}^{k+l+m+n} \arctg \frac{-2\sigma_{\mu}\Omega}{\sigma_{\mu}^2 + \beta_{\mu}^2 - \Omega^2},
 \end{aligned}$$

beides ist leicht aus Gl. 3.49 abzuleiten.

Aus Gleichung 3.51 folgt für die Dämpfung

$$a(\Omega) = -\ln |H(j\Omega)| \quad (3.53)$$

und aus Gleichung 3.52 für die Gruppenlaufzeit

$$t_G(\Omega) = \frac{db(\Omega)}{d\Omega} = \frac{db(\Omega)}{d\Omega} \cdot \frac{d\Omega}{d\omega}. \quad (3.54)$$

Mit $\Omega = \frac{\omega}{\omega_n}$ (ω_n = beliebige normierende Kreisfrequenz)

wird

$$t_G(\Omega) = \frac{1}{\omega_n} \cdot \frac{db(\Omega)}{d\Omega} = \frac{1}{\omega_n} \cdot T_G(\Omega). \quad (3.55)$$

Im folgenden soll nur die normierte Gruppenlaufzeit

$$T_G(\Omega) = \frac{db(\Omega)}{d\Omega} = -\frac{d}{d\Omega} \arg H(j\Omega) \quad (3.56)$$

betrachtet werden, die Gruppenlaufzeit selbst errechnet sich daraus leicht mit Gleichung 3.55.

Aus Gl. 3.52 folgt durch Differentiation nach der normierten Frequenz Ω

$$\begin{aligned}
 \tau_G(\Omega) = & - \sum_{\mu=1}^k \frac{-\sigma_\mu}{\Omega^2 + \sigma_\mu^2} - \sum_{\mu=k+1}^{k+l} \left[\frac{-\sigma_\mu}{(\Omega - \beta_\mu)^2 + \sigma_\mu^2} + \frac{-\sigma_\mu}{(\Omega + \beta_\mu)^2 + \sigma_\mu^2} \right] \\
 & + \sum_{\mu=k+l+1}^{k+l+m} \frac{-\sigma_\mu}{\Omega^2 + \sigma_\mu^2} + \sum_{\mu=k+l+m+1}^{k+l+m+n} \left[\frac{-\sigma_\mu}{(\Omega - \beta_\mu)^2 + \sigma_\mu^2} + \frac{-\sigma_\mu}{(\Omega + \beta_\mu)^2 + \sigma_\mu^2} \right]
 \end{aligned}
 \tag{3.57}$$

Die ist die allgemeine Form der Gruppenlaufzeit-Funktion eines Zweitorts aus konzentrierten Schaltelementen, sie muß bei der Nachbildung der Laufzeitverzerrungen im kommenden Kapitel als erlaubte Funktion zugrunde gelegt werden. Die Freiheitsgrade sind die Real- und Imaginärteile der Pole und Nullstellen, deren Anzahl den erforderlichen Grad der Übertragungsfunktion bestimmt.

Die Dämpfung $a(\Omega)$ und die normierte Gruppenlaufzeit $\tau_G(\Omega)$ sind die Bezugswerte bei der Berechnung der Fehler der Nyquistdämpfungen und der Nyquistlaufzeit mit Hilfe der Gl. 3.36 bis 3.39. Zunächst sind dafür die folgenden Größen zu bestimmen (s. Abb. 3.11):

Dämpfungsdurchhang:

$$\Delta a_D(\Omega_T) = \frac{a(\Omega_T + \Omega_S) + a(\Omega_T - \Omega_S)}{2} - a(\Omega_T), \tag{3.58}$$

mittlerer Dämpfungsanstieg:

$$\Delta a_M(\Omega_T) = \frac{a(\Omega_T + \Omega_S) - a(\Omega_T - \Omega_S)}{2}, \tag{3.59}$$

Phasendurchhang:

$$\Delta b_D(\Omega_T) = \frac{b(\Omega_T + \Omega_S) + b(\Omega_T - \Omega_S)}{2} - b(\Omega_T), \tag{3.60}$$

mittlerer Phasenanstieg:

$$\Delta b_M(\Omega_T) = \frac{b(\Omega_T + \Omega_S) - b(\Omega_T - \Omega_S)}{2}. \tag{3.61}$$

Diese Größen sind für jede normierte Trägerfrequenz Ω_T bei gegebener normierter Spaltfrequenz Ω_S mit Hilfe der Gleichungen 3.51, 3.52 und 3.53 zu berechnen. Aus ihnen folgt bei gegebenem Modulationsgrad m nach Gleichung 3.39 für jede Frequenz Ω_T die Funktion $E(x)$ zu

$$E(x) = \sqrt{1 + m^2 \sinh^2 \Delta a_M(\omega_T) + 2m^2 [\cosh \Delta a_M(\omega_T) \cos \Delta b_D(\omega_T) \cos x - \sinh \Delta a_M(\omega_T) \sin \Delta b_D(\omega_T) \sin x] + m^2 \cos^2 x}$$

≥ 0 ,

wobei $m^* = m e^{-\Delta a_D(\omega_T)}$ ist.

Für die Spaltdämpfung gilt gemäß Abb. 3.6

$$a_S(\Omega_T) = \frac{a(\Omega_T + \Omega_S) + a(\Omega_T - \Omega_S)}{2} \quad (3.62)$$

und für die normierte Spaltlaufzeit

$$T_S(\Omega_T) = \frac{\Delta b_M(\Omega_T)}{\Omega_S} = \frac{b(\Omega_T + \Omega_S) - b(\Omega_T - \Omega_S)}{2\Omega_S} \quad (3.63)$$

Somit sind die Meßfehler beim Nyquistverfahren mit Hilfe der Gleichungen 3.36 bis 3.38 wie folgt anzugeben:

Der Fehler der Nyquistlaufzeit ist in normierter Form

$$\Delta T(\Omega_T) = T_N(\Omega_T) - T_G(\Omega_T) \quad (3.64)$$

(3.65)

$$\Delta T(\Omega_T) = T_S(\Omega_T) + \frac{1}{\Omega_S} \arctg \frac{\int_{-\pi}^{+\pi} E(x) \sin x dx}{\int_{-\pi}^{+\pi} E(x) \cos x dx} - T_G(\Omega_T)$$

Der Fehler der Nyquist-Grundschwingungsdämpfung beträgt

$$\Delta a(\Omega_T) = a_{N\sim}(\Omega_T) - a(\Omega_T) \quad (3.66)$$

und mit $a_S(\Omega_T) - a(\Omega_T) = \Delta a_D(\Omega_T)$ nach Gl. 3.58

und 3.62 wird

$$\Delta a(\Omega_T) = \ln \frac{m^2 \pi}{\sqrt{\left(\int_{-\pi}^{\pi} E(x) \sin x dx\right)^2 + \left(\int_{-\pi}^{\pi} E(x) \cos x dx\right)^2}} + \Delta a_D(\Omega_T) \quad (3.67)$$

Für den Fehler der Nyquist-Mittelwertdämpfung gilt schließlich

$$\Delta a(\Omega_T) = a_{N\sim}(\Omega_T) - a(\Omega_T) \quad (3.68)$$

$$\Delta a(\Omega_T) = \ln \frac{2\pi}{\int_{-\pi}^{\pi} E(x) dx} \quad (3.69)$$

Für die Berechnung der Fehler nach den in diesem Kapitel abgeleiteten Beziehungen wurde ein Rechenprogramm in der Programmiersprache FORTRAN IV erstellt. Darin sind die Anzahl der Pole und Nullstellen der Übertragungsfunktion sowie ihre Lage in der komplexen Ebene beliebig wählbar, ebenso die Größe der normierten Spaltfrequenz und des Modulationsgrads der Sendespannung.

Der Rechenaufwand ist in erster Linie durch die zahlreichen numerischen Integrationen bestimmt. Hierbei wurde auf bewährte Verfahren zurückgegriffen [9].

3.5 Näherungsweise Berechnung der Fehler bei welligem Verlauf der Dämpfung und der Gruppenlaufzeit

Die Entzerrung von Fernsprechkkanälen hat zur Folge, daß dem angestrebten konstanten Verlauf der Dämpfung und der Gruppenlaufzeit meist eine Restverzerrung überlagert ist, die auf Grund der Eigenschaften der verwendeten Entzerrer in einer mehr oder weniger gleichmäßigen Welligkeit des Frequenzgangs besteht. Die Berechnung der bei der Messung dieser Restwelligkeit auftretenden Fehler kann mit Hilfe der Ergebnisse von Kapitel 3.3 erfolgen. Sie wird wesentlich vereinfacht, wenn einige Idealisierungen durchgeführt werden, die Ergebnisse erweisen sich zum Abschätzen der Meßfehler als sehr nützlich.

Es sei angenommen, daß die Welligkeit der Dämpfung und der Laufzeit durch einen sinusförmigen Verlauf hinreichend gut approximiert werden kann, Abb. 3.15. Dämpfung und normierte Gruppenlaufzeit seien durch die Beziehungen

$$a(\Omega) = a_0 + \Delta a_0 \sin\left(2\pi \frac{\Omega}{\Omega_0}\right) , \quad \Delta a_0 > 0 \quad (3.70)$$

$$T_G(\Omega) = T_0 + \Delta T_0 \sin\left(2\pi \frac{\Omega}{\Omega_0}\right) , \quad \Delta T_0 > 0 \quad (3.71)$$

gegeben. Diese Darstellung mit fest vorgegebener Phasenlage der Welligkeit auf der Frequenzachse ist deshalb ausreichend, weil nur der maximale Meßfehler unabhängig von seiner Frequenzlage von Interesse ist.

Der betrachtete Frequenzbereich, der die gleichmäßige Welligkeit aufweist, sei wesentlich größer als die Periodenlänge Ω_0 bzw. Ω_0^* der Welligkeit und auch wesentlich größer als die normierte Spaltfrequenz Ω_5 .

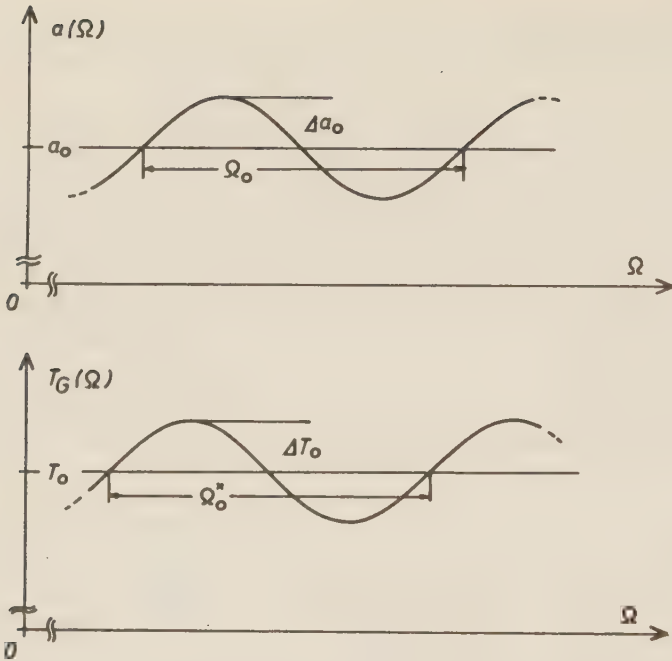


Abb. 3.15 Sinusförmige Welligkeit der Dämpfung und der (normierten) Gruppenlaufzeit

Da für die folgenden Betrachtungen neben dem Frequenzgang der Dämpfung nicht derjenige der Laufzeit, sondern der Phase des Zweitores zugrunde gelegt ist, soll aus Gl. 3.71 für die Gruppenlaufzeitverzerrung zunächst die Phasenverzerrung berechnet werden.

Nach Gl. 3.56 gilt für die normierte Gruppenlaufzeit

$$\tau_G(\Omega) = \frac{d b(\Omega)}{d\Omega}.$$

Da für die Übertragungseigenschaften unseres Zweitores die Nullphase $b_0 = b(0)$ nicht von Interesse ist, kann man allgemein schreiben

$$b(\Omega) = \int_0^{\Omega} \tau_G(\Omega) d\Omega. \quad (3.72)$$

Mit Gl. 3.71 wird

$$b(\Omega) = \int_0^{\Omega} [T_0 + \Delta T_0 \sin(2\pi \frac{\Omega}{\Omega_0^*})] d\Omega$$

$$b(\Omega) = \frac{\Omega_0^*}{2\pi} \Delta T_0 + \Omega T_0 - \frac{\Omega_0^*}{2\pi} \Delta T_0 \cos(2\pi \frac{\Omega}{\Omega_0^*}) \quad (3.73)$$

Als nächstes sei der maximale Betrag des mittleren Dämpfungsanstiegs in Abhängigkeit von der normierten Spaltfrequenz Ω_S betrachtet. Für diesen gilt nach Abb. 3.16

$$|\Delta a_M(\Omega)|_{\max} = \Delta a_0 \quad (3.74)$$

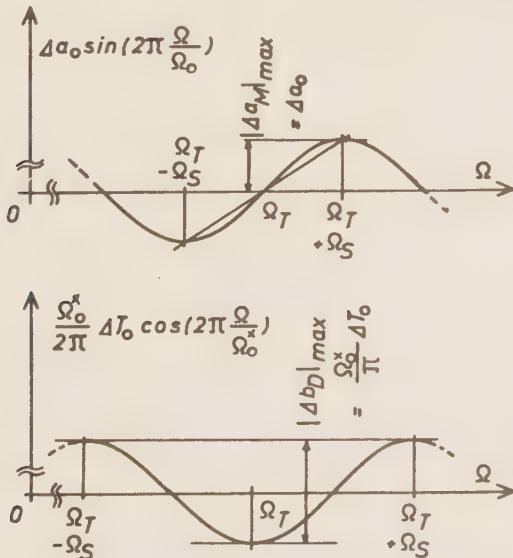


Abb. 3.16 Maximaler mittlerer Dämpfungsanstieg und maximaler Phasendurchhang bei sinusförmiger Welligkeit der Dämpfung und Gruppenlaufzeit

Ebenfalls aus Abb. 3.16 folgt für den maximalen Betrag des Phasendurchhangs in Abhängigkeit von Ω_S

$$|\Delta b_D(\Omega)|_{\max} = \frac{\Omega_0^*}{\pi} \Delta T_0, \quad (3.75)$$

wobei der frequenzproportionale Anteil des Phasenverlaufs in Gl. 3.73 dazu nicht beiträgt.

Es sei nun vorausgesetzt, daß

$$|\Delta a_M(\Omega)|_{\max} \ll 1,$$

also auch

$$\Delta a_0 \ll 1 \quad (3.76)$$

ist; entsprechend sei

$$|\Delta b_D(\Omega)|_{\max} \ll 1,$$

also

$$\Delta T_0 \ll \frac{\pi}{\Omega_0^*}. \quad (3.77)$$

Letzte Forderung soll auch noch für die nicht normierte Laufzeitschwankung formuliert werden. Mit

$$t_G(\Omega) = \frac{T_G(\Omega)}{\omega_n} = \frac{T_G(\Omega)}{2\pi f_n}$$

nach Gl. 3.55 und

$$\Omega_0^* = \frac{f_0''}{f_n}$$

wird die Forderung für die Amplitude der Welligkeit der Gruppenlaufzeit

$$\Delta t_0 = \frac{\Delta T_0}{2\pi f_n} \ll \frac{1}{2\pi f_n} \cdot \frac{\pi}{\Omega_0^*} = \frac{1}{2f_0^*}$$

$$\Delta t_0 \ll \frac{1}{2f_0^*}. \quad (3.78)$$

Nach den Näherungsbetrachtungen in Kapitel 3.3 gilt dann gemäß Gl. 3.40 (Regel Nr.1)

$$a_{N\sim}(\Omega) \approx a(\Omega),$$

$$a_{N\sim}(\Omega) \approx a_S(\Omega),$$

$$T_N(\Omega) \approx T_S(\Omega),$$

wobei Ω die Trägerfrequenz bedeutet.

Unter den genannten Voraussetzungen kann bei der Messung der Nyquist-Mittelwertdämpfung der Fehler also vernachlässigt werden. Insbesondere gilt dies auch für beliebig kleine Werte Ω_0 der Dämpfungswelligkeit, d.h. der Dämpfungsauflösung über der Frequenz ist keine Grenze gesetzt.

An Stelle der Nyquist-Grundschwingungsdämpfung kann näherungsweise die Betrachtung der Spaltdämpfung treten. Sie errechnet sich nach Gl. 3.62 zu

$$a_S(\Omega) = \frac{a(\Omega + \Omega_S) + a(\Omega - \Omega_S)}{2}.$$

Mit Gl. 3.70 wird

$$a_S(\Omega) = a_0 + \Delta a_0 \frac{\sin(2\pi \frac{\Omega + \Omega_S}{\Omega_0}) + \sin(2\pi \frac{\Omega - \Omega_S}{\Omega_0})}{2}$$

$$a_{N\sim}(\Omega) \approx a_S(\Omega) = a_0 + \Delta a_0 \cos(2\pi \frac{\Omega_S}{\Omega_0}) \sin(2\pi \frac{\Omega}{\Omega_0}). \quad (3.79)$$

Vergleicht man $a_{N\sim}(\Omega)$ mit der echten Dämpfung nach Gl. 3.70, so zeigt sich, daß die gemessene Dämpfung aus dem richtig angezeigten konstanten Anteil a_0 und einer Welligkeit zusammengesetzt ist, die sich nur in der Amplitude des sinusförmigen Verlaufs und eventuell im Vorzeichen von der echten Welligkeit unterscheidet.

Der maximal auftretende Meßfehler folgt daraus zu

$$\Delta a_{\max} = \Delta a_0 \cos\left(2\pi \frac{\Omega_S}{\Omega_0}\right) - \Delta a_0$$

oder bezogen auf Δa_0

$$\frac{\Delta a_{\max}}{\Delta a_0} = \cos\left(2\pi \frac{\Omega_S}{\Omega_0}\right) - 1 \quad (3.80)$$

In Abb. 3.17 ist dieser bezogene maximale Meßfehler in Abhängigkeit vom Verhältnis der normierten Spaltfrequenz Ω_S zur Periodenlänge Ω_0 der Dämpfungswelligkeit abgetragen.

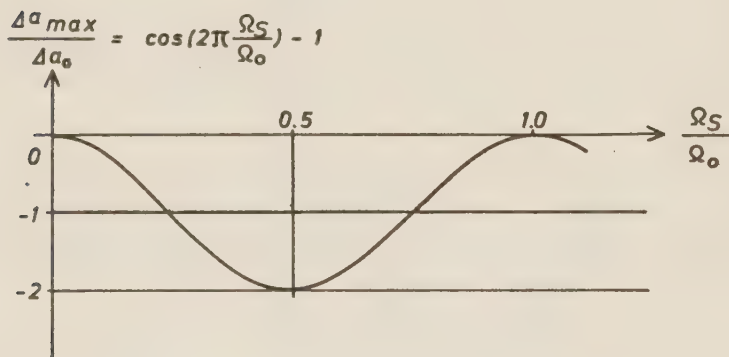


Abb. 3.17 Bezogener maximaler Meßfehler bei der Messung der Nyquist-Grundschwingungsdämpfung eines Zweitons mit sinusförmiger Welligkeit der Dämpfung und nur geringen Phasenschwankungen

Der maximale Fehler kann betragsmäßig höchstens das Doppelte der Amplitude der Welligkeit erreichen. Da sein Vorzeichen stets dem der echten Dämpfungsschwankung bei der Meßfrequenz entgegengesetzt ist, ist die gemessene Welligkeit immer kleiner als die tatsächliche Welligkeit oder höchstens gleich groß, sie kann zu dieser gegenphasig sein. Der betragsmäßig größte Fehler in Abhängigkeit von der Spaltfrequenz

tritt erstmals für $\Omega_S = \Omega_0/2$ auf, der Fehler verschwindet für $\Omega_S = \Omega_0$.

Die Nyquistlaufzeit kann bei unseren Betrachtungen nach Regel Nr. 1 gleich der Spaltlaufzeit gesetzt werden. Für sehr kleine Dämpfungsschwankungen kann aber auch die Regel Nr. 3 aus Kapitel 3.3 herangezogen werden, d.h. dann ist Einschränkung nach Gl. 3.77 nicht mehr erforderlich: Die Spaltlaufzeit stellt in diesem Fall auch dann noch eine gute Näherung für die Nyquistlaufzeit dar, wenn die Welligkeit der Gruppenlaufzeit große Amplitudenwerte annimmt. Umgekehrt folgt aus Regel Nr. 3 auch, daß bei nur sehr geringen Phasenschwankungen die Amplitude der Dämpfungsschwankungen große Werte aufweisen darf.

Für die normierte Spaltlaufzeit gilt nach Gl. 3.63

$$I_S(\Omega) = \frac{b(\Omega + \Omega_S) - b(\Omega - \Omega_S)}{2\Omega_S}$$

und mit Gl. 3.73

$$I_S(\Omega) = \frac{(\Omega + \Omega_S) I_0 - (\Omega - \Omega_S) I_0}{2\Omega_S} - \frac{\Omega_0^2}{2\pi} \Delta T_0 \frac{\cos(2\pi \frac{\Omega + \Omega_S}{\Omega_0^2}) - \cos(2\pi \frac{\Omega - \Omega_S}{\Omega_0^2})}{2\Omega_S}$$

(3.81)

$$I_N(\Omega) \approx I_S(\Omega) = I_0 + \frac{\Omega_0^2}{2\pi\Omega_S} \Delta T_0 \sin(2\pi \frac{\Omega_S}{\Omega_0^2}) \sin(2\pi \frac{\Omega}{\Omega_0^2}) .$$

Vergleicht man Gl. 3.81 mit Gl. 3.71, so zeigt sich auch hier, daß der Meßwert aus dem richtig angezeigten konstanten Anteil I_0 und aus einer Welligkeit zusammengesetzt ist, die sich nur in der Amplitude des sinusförmigen Verlaufs und eventuell im Vorzeichen von der echten Welligkeit unterscheidet.

Als maximal auftretender Meßfehler ergibt sich hier

$$\Delta T_{max} = \frac{\Omega_o^*}{2\pi\Omega_S} \Delta T_o \sin\left(2\pi \frac{\Omega_S}{\Omega_o^*}\right) - \Delta T_o$$

oder bezogen auf ΔT_o

$$\frac{\Delta T_{max}}{\Delta T_o} = \frac{\sin\left(2\pi \frac{\Omega_S}{\Omega_o^*}\right)}{2\pi \frac{\Omega_S}{\Omega_o^*}} - 1. \quad (3.82)$$

Abb. 3.18 zeigt den bezogenen maximalen Meßfehler in Abhängigkeit vom Verhältnis Ω_S/Ω_o^* .

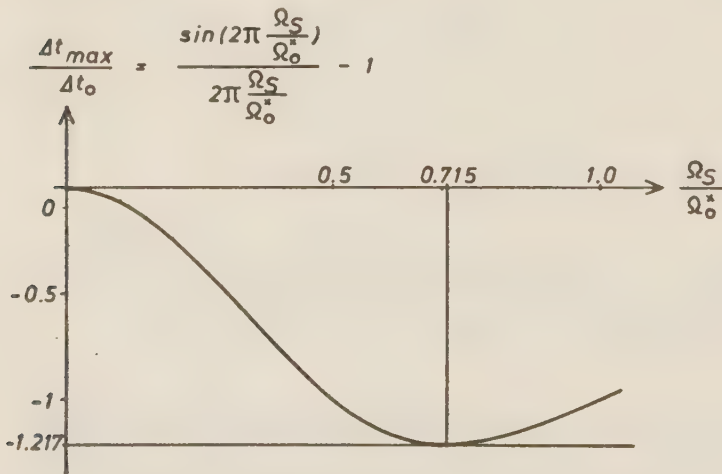


Abb. 3.18 Bezogener maximaler Meßfehler bei der Messung der Nyquistlaufzeit eines Zweitorts mit sinusförmiger Welligkeit der Gruppenlaufzeit

Der maximale Fehler kann hier betraglich also höchstens das ca. 1,2fache der Amplitude der Welligkeit erreichen. Da sein Vorzeichen stets dem der echten Laufzeitschwankung bei der Meßfrequenz entgegengesetzt ist, ist die gemessene Welligkeit immer kleiner als die tatsächliche Welligkeit, sie kann zu dieser gegenphasig sein. Der betraglich größte Fehler in Abhängigkeit von der Spaltfrequenz tritt für $\Omega_S = 0.715 \Omega_0^*$ auf.

Obige Betrachtungen sind Näherungen, die namentlich dann ihre Gültigkeit verlieren, wenn die Welligkeit der Dämpfung und der Laufzeit stark vom sinusförmigen Verlauf abweicht. Im übrigen sind die Voraussetzungen nach Gl. 3.76 und 3.78 bzw. die Regeln Nr. 1 und 3 in Kapitel 3.3 zu beachten.

Da die hier verwendeten Näherungen auf den hinter dem linearen Glied abgebrochenen Reihenentwicklungen

$$\left. \begin{aligned} \sinh \Delta a_{Mmax} &= \sinh \Delta a_0 \approx \Delta a_0, \\ \cosh \Delta a_{Mmax} &= \cosh \Delta a_0 \approx 1, \\ \sin \Delta b_{Dmax} &= \sin\left(\frac{\Omega_0^*}{\pi} \Delta \tau_0\right) = \sin(2f_0^* \Delta t_0) \approx 2f_0^* \Delta t_0, \\ \cos \Delta b_{Dmax} &= \cos(2f_0^* \Delta t_0) \approx 1 \end{aligned} \right\} (3.83)$$

beruhen, stellen diese Beziehungen ein brauchbares Kriterium dafür dar, bis zu welchen Amplituden der sinusförmigen Welligkeit die Ergebnisse dieses Kapitels anwendbar sind. Abb. 3.19 zeigt die Fehler der verwendeten Reihen-

entwicklungen.

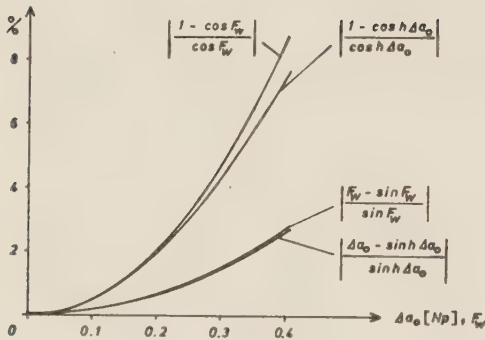


Abb. 3.19
Fehler der verwendeten Reihenentwicklungen für $\sinh \Delta a_0$, $\cosh \Delta a_0$, $\sin F_W$ und $\cos F_W$

Dabei ist

$$F_W = 2 f_0^* \Delta t_0 \quad (3.84)$$

die für die Näherungsbetrachtung bei welliger Gruppenlaufzeit maßgebliche Größe, Abb. 3.20.

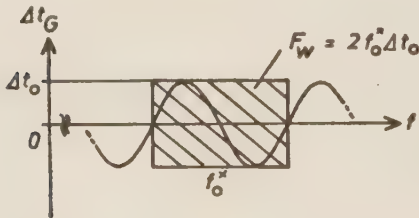


Abb. 3.20
Welligkeitsfläche bei sinusförmiger Gruppenlaufzeit

Diese "Welligkeitsfläche" F_W als Kriterium erlaubt also bei unseren Betrachtungen umso höhere Amplituden Δt_0 der Welligkeit, je kleiner die Periodenlänge t_0^* ist. Ein maximaler Fehler der verwendeten Reihenentwicklungen von einem Prozent entspricht einer Amplitude der Dämpfungswelligkeit von $\Delta a_0 \approx 0.14 \text{ Np}$ bzw. 1.2 dB und einer Welligkeitsfläche der Laufzeit von $F_W \approx 0.14$.

3.6 Nachbildung des Gruppenlaufzeit- und Dämpfungsfrequenzganges von Fernsprechanalänen vor und nach der Entzerrung. Berechnung der Fehler bei der Messung nach dem Nyquistverfahren

Die Untersuchung der Meßfehler des Nyquistverfahrens beim nicht entzerrten Kanal ist für den Abschnitt 4 dieser Arbeit wichtig, wenn die Einstellung der Entzerrer ausgehend von den Meßwerten der Kanalverzerrung durch einen Elektronenrechner ermittelt werden soll. Darüber hinaus ist die Kenntnis der möglichen Meßfehler beim bereits entzerrten Kanal deshalb von besonderem Interesse, weil bei schnellen Datenübertragungen sehr enge Toleranzschranken einzuhalten sind und die Meßfehler im Vergleich dazu wiederum klein sein müssen.

Die Berechnung der bei Anwendung des Nyquistverfahrens zur Messung der Kanalverzerrungen auftretenden Fehler mit Hilfe der Ergebnisse des vorangegangenen Kapitels macht zunächst die Nachbildung des Laufzeit- und Dämpfungsfrequenzganges im Kanal durch eine rationale Übertragungsfunktion erforderlich. Als Bezugsquelle für die auftretenden Verzerrungen im Fernsprechnetzw dienen der bereits in der Einleitung erwähnte Bericht der Deutschen Bundespost [1] und der sogenannte "AGN-Report" [2] . In Abb. 3.21 ist das Ergebnis einer von mehreren Meßreihen der Bundespost dargestellt, wobei ausgehend von 69 über das ganze Bundesgebiet verstreuten Meßstellen je eine gemeinsame zentrale Meßstelle angewählt wurde. Aus dem Bündel der 69 Gruppenlaufzeitkurven ist deutlich zu entnehmen, daß alle Kurven eine ähnliche Charakteristik aufweisen. Diese Eigenschaft rührt davon her, daß die Verzerrung in erster Linie auf die Kanalfilter in den Frequenzumsetzern zurückzuführen ist. Der Grad der Verzerrung hängt nun davon ab, wieviel Kanalfilter in die jeweilige Verbindung eingeschaltet waren, oder anders ausgedrückt, wieviel Trägerfrequenzabschnitte durchlaufen wurden.

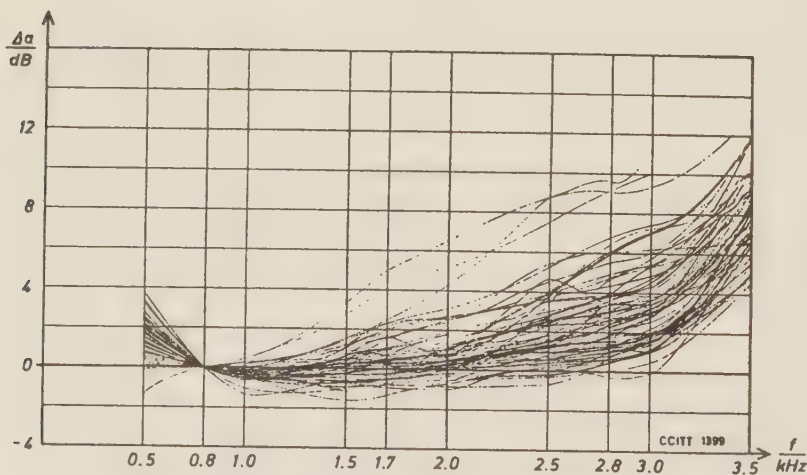
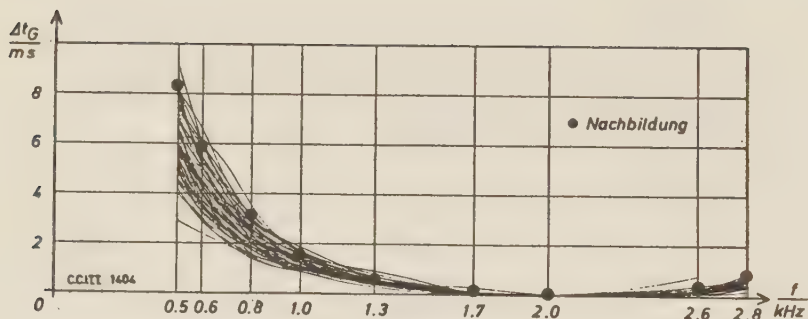


Abb. 3.21 Gruppenlaufzeit- und Dämpfungsverzerrungen im deutschen Fernsprechnetz. Die Kurvenscharen zeigen die Verzerrungen von nach 69 Orten reichenden Verbindungen, zentraler Meßort ist Darmstadt

Ein Trägerfrequenzabschnitt umfaßt jeweils die Umsetzung in eine höhere Frequenzlage und die Zurücküberlagerung in die normale Frequenzlage des Signals.

Für die Nachbildung der maximal auftretenden Gruppenlaufzeitverzerrungen wurde eine am oberen Rand des Streubereichs der gemessenen Verzerrungen liegende Charakteristik gewählt. In Abb. 3.21 ist diese Kurve durch Punkte angedeutet. Sie stellt die sechsfache Verzerrung der Nachbildung eines einzelnen Trägerfrequenzabschnitts dar, welche wiederum weitgehend mit dem Verlauf der Gruppenlaufzeit eines Kanalumsetzers (Sende- und Empfangsteil) übereinstimmt. Abb. 3.22 zeigt diese Übereinstimmung an Hand des Gruppenlaufzeitganges verschiedener bei der Bundespost verwendeter Kanalumsetzer [10] .

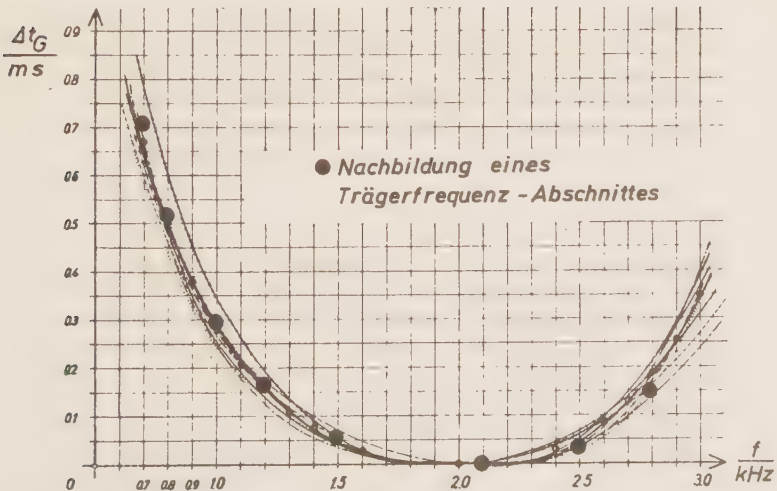


Abb. 3.22 Gruppenlaufzeit verschiedener Fabrikate und Typen von Kanalumsetzern (Sende- und Empfangsteil), die im deutschen Fernsprechnetz Verwendung finden

Die in Abb. 3.21 durch Punkte angedeutete Laufzeitnachbildung entspricht also der Kettenschaltung von 6 Nachbildungen eines Kanalumsetzers nach Abb. 3.22.

Die Approximation der Gruppenlaufzeit eines einzelnen Trägerfrequenzabschnitts, auf welche hier nicht näher eingegangen werden soll, lieferte als Pole der Übertragungsfunktion (normierende Frequenz 1 kHz) die Werte

$$p_{p1} = -0.095632,$$

$$p_{p2} = -0.267700,$$

$$p_{p3,4} = -0.300714 \pm 3.336475 j,$$

und als Nullstellen die bezüglich der imaginären p -Achse gespiegelten Werte. Der konstante Faktor K der Übertragungsfunktion $H(p)$, welche die Form von Gl. 3.49 aufweist, ist ohne Bedeutung und wurde mit 1 angenommen.

Die Nachbildung von 6 Trägerfrequenzabschnitten besitzt nun die sechsfache Anzahl dieser Pole und Nullstellen. Sie stellt einen Allpaß dar, es wird also zunächst vorausgesetzt, daß die Gruppenlaufzeitverzerrung im Kanal den in Abb. 3.21 angedeuteten Verlauf besitzt, und daß dabei die Dämpfungsverzerrungen sehr gering sind. Im folgenden sei diese Nachbildung als Nachbildung I bezeichnet.

Um auch den zusätzlichen Einfluß von Dämpfungsverzerrungen im Kanal auf die Meßfehler untersuchen zu können, wurde eine Nachbildung II so berechnet, daß sie bei vernachlässigbarem Unterschied im Laufzeitverhalten zur Nachbildung I ($\leq \pm 10 \mu s$ im Frequenzbereich $300 \text{ Hz} \leq f \leq 3 \text{ kHz}$) einen Dämpfungsanstieg an der unteren Kanalgrenze von 7,5 dB aufweist, bezogen auf die Dämpfung bei 800 Hz.

Wie man dies erreichen kann wird in Abschnitt 4 dieser Arbeit als Eigenschaft der Teilentzerrerkategorie 3 näher erläutert. Als Pole und Nullstellen eines einzelnen Trägerfrequenzabschnitts bei der Nachbildung II ergeben sich die Werte

$$p_{P1} = - 0.089690 ,$$

$$p_{N1} = 0.102941 ,$$

$$p_{P2} = - 0.285434 ,$$

$$p_{N2} = 0.248693 ,$$

$$p_{P3,4} = - 0.300714 \pm 3.336475 j ,$$

$$p_{N3,4} = 0.300714 \pm 3.336475 j .$$

Eine weitere Variation der Nachbildung führt bei wiederum vernachlässigbarem Unterschied des Gruppenlaufzeitganges im Vergleich zur Nachbildung I zu einem Dämpfungsabfall von 3,75 dB an der unteren Kanalgrenze, bezogen auf die Dämpfung bei 800 Hz. Ein Abfall des Dämpfungsverlaufs gegen die untere Kanalgrenze ist zwar selten, tritt aber doch gelegentlich auf, wie auch Abb. 3.21 entnommen werden kann. Die Lage der Pole und Nullstellen ist jetzt

$$p_{P1} = - 0.099095 ,$$

$$p_{N1} = 0.092526 ,$$

$$p_{P2} = - 0.258343 ,$$

$$p_{N2} = 0.276688 ,$$

$$p_{P3,4} = - 0.300714 \pm 3.336475 j ,$$

$$p_{N3,4} = 0.300714 \pm 3.336475 j .$$

Daß man sich bei der Berechnung der Anzeigefehler des Nyquistverfahrens und also auch bei der Nachbildung des Dämpfungsfrequenzganges auf das untere Kanalende beschränken kann, hat zweierlei Gründe. Zum einen ist der Anstieg der Gruppenlaufzeitverzerrung an der oberen Kanalgrenze weit geringer als an der unteren Grenze, zum andern ist wegen der relativen Bandbreite des Kanals von einer Dekade das Verhältnis Spaltfrequenz zu Trägerfrequenz oben um den Faktor 10 kleiner als unten. Als untere Kanalgrenze

sei hier bezüglich der Laufzeit 500 Hz, bezüglich der Dämpfung 300 Hz verstanden, als obere Grenze 2,8 kHz bzw. 3 kHz. Dies entspricht der CCITT-Empfehlung M.102 für Datenkanäle, wo Toleranzgrenzen nur bis zu diesen Frequenzen festgelegt wurden.

In Abb. 3.23 sind die Frequenzgänge der Gruppenlaufzeit und der Dämpfung der drei Nachbildungen I, II und III dargestellt. Der Unterschied der Gruppenlaufzeitkurven der drei Nachbildungen ist so gering, daß er nicht in Erscheinung tritt. In den Abbildungen 3.24 bis 3.26 sind die berechneten Fehler abgetragen, die dann auftreten, wenn das Dämpfungs- und Gruppenlaufzeitverhalten der drei Nachbildungen nach dem Nyquistverfahren gemessen wird.

Als Spaltfrequenz des Sendesignals wurden die Werte

$$f_s = 0,02 ; 0,04 ; 0,06 ; 0,08 ; 0,10 \text{ kHz,}$$

als Modulationsgrad die Werte

$$m = 0,2 ; 0,4 ; 0,6 ; 0,8 ; 1,0$$

gewählt. Dabei wurde jeweils die Spaltfrequenz 0,04 kHz mit allen m -Werten, sowie der Modulationsgrad 0,4 mit allen f_s -Werten kombiniert.

Bei der Dämpfung sind sowohl die Fehler der Nyquist-Grundschwingungsdämpfung als auch der Nyquist-Mittelwertdämpfung aufgeführt. Abweichend von der bisherigen Darstellung in Neper wurde die Angabe der Fehler in Dezibel vorgezogen, da in der Fernsprechtechnik das Dezibel allgemein üblich ist.

Die gewählten Spaltfrequenzen entsprechen der in der Praxis auftretenden Skala: Es sind Meßgeräte auf dem Markt, die als Spaltfrequenz 20 Hz, 25 Hz, 27,8 Hz, 40-Hz und (vorwiegend in den USA) 83,3 Hz verwenden.

Die Auswertung der Ergebnisse ergibt folgendes:

Die durch das Nyquistprinzip bedingten Fehler bei der Messung der Dämpfungs- und Gruppenlaufzeitverzerrungen von Fernspreckkanälen können je nach Wahl der Spaltfrequenz und des Modulationsgrads im Sender und je nach der Art der Dämpfungsmessung im Empfänger (Mittelwertdämpfung oder Grundswingungsdämpfung) Größen annehmen, die das Toleranzschema S3 ausfüllen bzw. bei der Dämpfung auch weit überschreiten. Das Toleranzschema S3 wurde bei allen Fehlerkurven in den Abbildungen 3.24 bis 3.26 mit eingezeichnet, um einen Eindruck davon zu vermitteln, in welcher Größenordnung die Fehler noch interessant sind. Aus dem Ergebnis folgt, daß die richtige Wahl und eine Normung der beim Nyquistverfahren möglichen Freiheitsgrade notwendig sind, um bei unterschiedlichen Meßgerätefabrikaten zu denselben Ergebnissen zu kommen.

Im allgemeinen ist aus den Kurven abzulesen, daß die Fehler mit zunehmender Spaltfrequenz und zunehmendem Modulationsgrad ebenfalls größer werden. In Abb. 3.24 ist der Laufzeitfehler vom Modulationsgrad unabhängig, da bei diesem Kanal keine Dämpfungsverzerrungen angenommen wurden (Allpaßverhalten) und deshalb die Nyquistlaufzeit gleich der Spaltlaufzeit ist.

Zunächst seien die D ä m p f u n g s f e h l e r näher betrachtet. Bei diesen zeigt sich wieder, daß die Fehler der Nyquist-Grundswingungsdämpfung die der Mittelwertdämpfung bei weitem übertreffen. Die Abweichung der ersten vom echten Dämpfungswert kann 10 dB überschreiten, wenn die Spaltfrequenz mit 83,3 Hz angenommen wird! Der Fehler der Nyquist-Mittelwertdämpfung liegt demgegenüber stets unter 0,5 dB, wenn man einen Modulationsgrad von 0,4 zugrunde legt. Ein erstes Ergebnis der Untersuchungen ist daher, daß der Messung der Mittelwertdämpfung unbedingt der Vorzug zu geben ist. Zumindest erscheint es notwendig, für die Meßgeräte die bei der Dämpfungsmessung verwendete Methode anzugeben. Eine Überprüfung von markt-

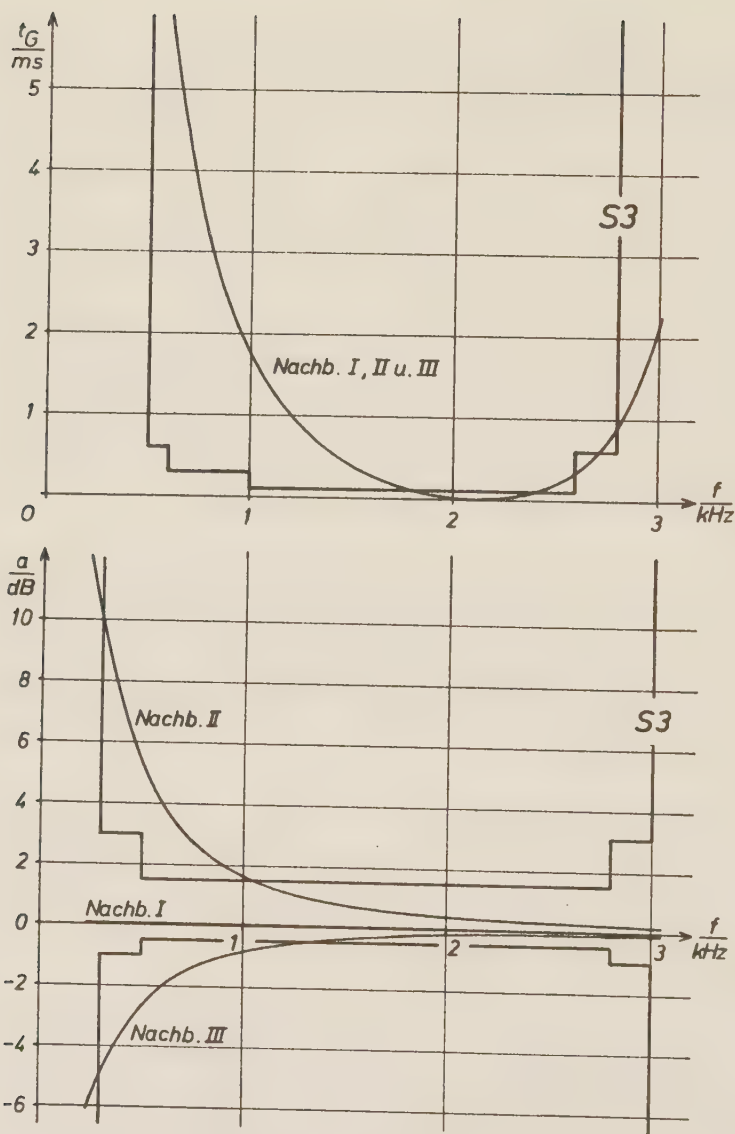


Abb. 1.27 Frequenzgang der Gruppenlaufzeit und der Dämpfung der Kanalnachbildungen I, II und III

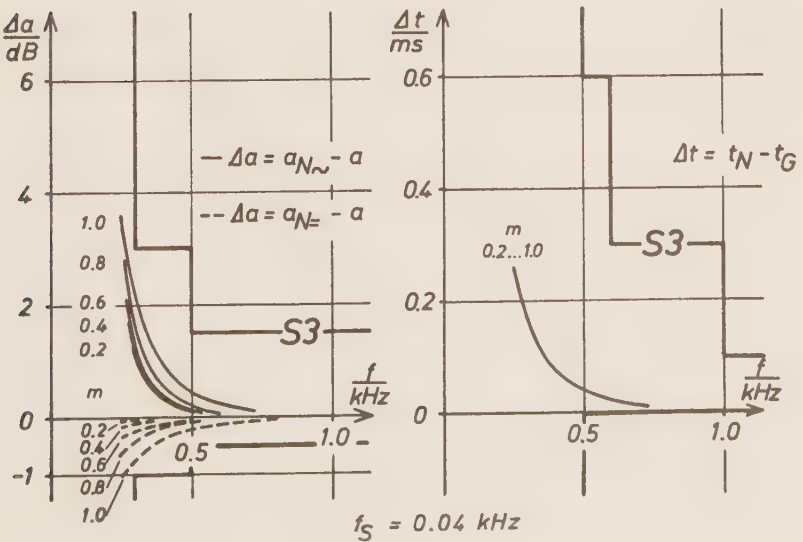
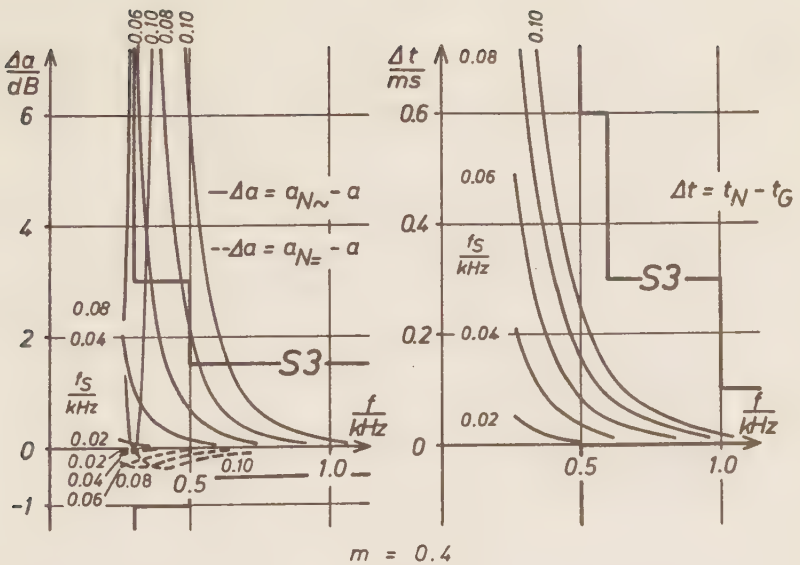


Abb. 3.24 Fehler der Nyquistlaufzeit sowie der Nyquist-Grundschwingungsdämpfung und -Mittelwertdämpfung bei einer Kanalverzerrung gemäß Nachbildung I

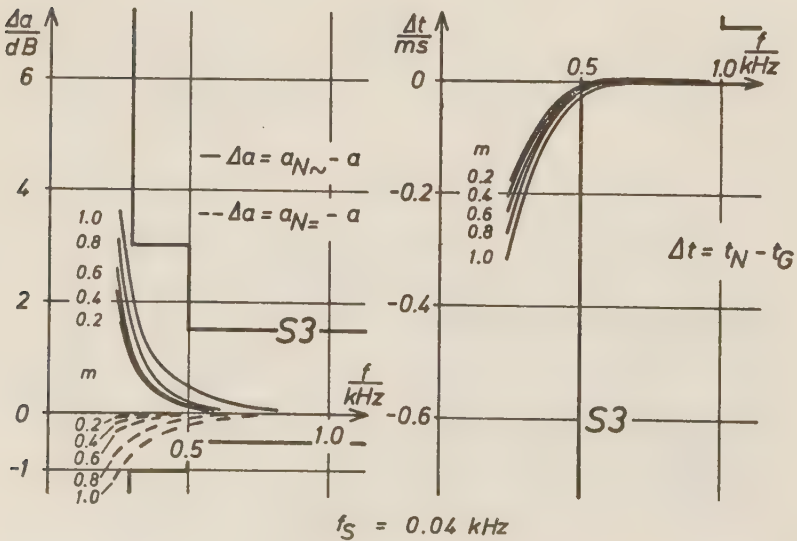
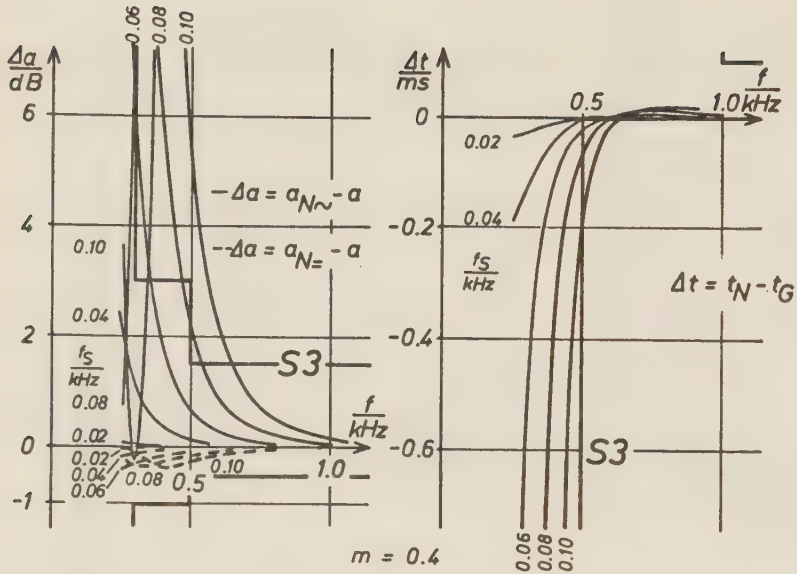


Abb. 3.25 Fehler der Nyquistlaufzeit sowie der Nyquist-Grundschwingungsdämpfung und -Mittelwertdämpfung bei einer Kanalverzerrung gemäß Nachbildung II

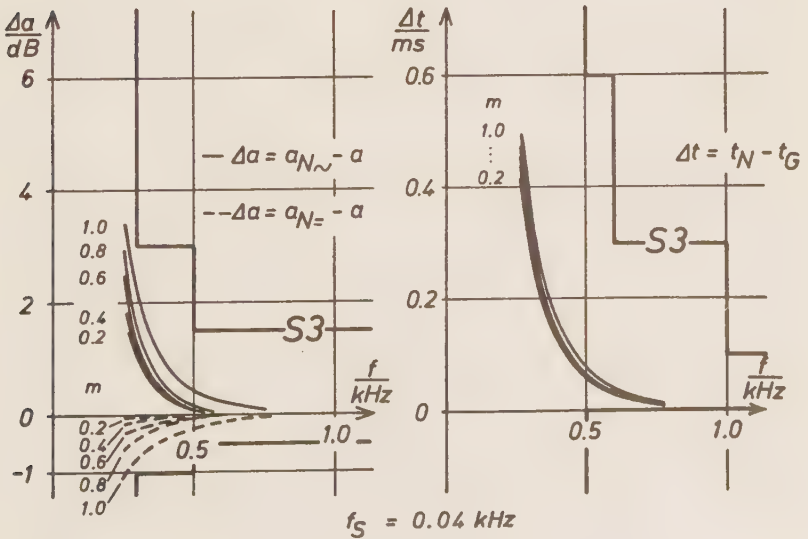
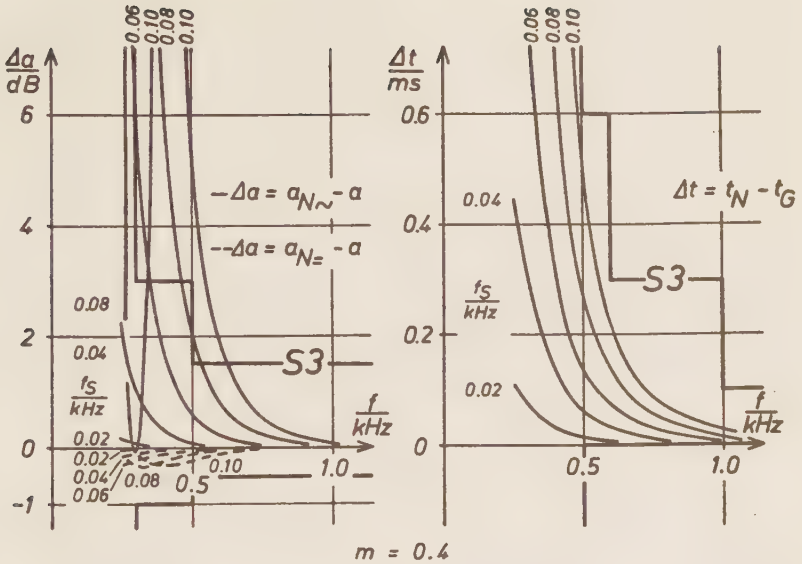


Abb. 3.26 Fehler der Nyquistlaufzeit sowie der Nyquist-Grundschwingungsdämpfung und -Mittelwertdämpfung bei einer Kanalverzerrung gemäß Nachbildung III

gängigen, nach dem Nyquistverfahren arbeitenden Meßgeräten ergab, daß dies nicht üblich ist, obwohl beide Meßmethoden zur Anwendung kommen.

Beschränkt man sich auf die Betrachtung der Fehler der Mittelwertdämpfung, so ergibt sich, daß bei diesen die Wahl eines großen Modulationsgrads schädlicher ist als die Wahl einer großen Spaltfrequenz. Die Dämpfungsmeßfehler sind ferner praktisch unabhängig von der Größe des Dämpfungsanstiegs bzw. -abfalls an der Kanalgrenze, d.h. sie treten vor allem bei der Messung kleiner Dämpfungsverzerrungen relativ stark in Erscheinung. Da die Fehler mit kleiner werdendem Modulationsgrad stark abnehmen, können sie weitgehend vermieden werden. Bereits bei $m = 0,4$ und einer Spaltfrequenz von 40 Hz liegen sie nur noch in der Nähe von 0,1 dB, d.h. in der Größenordnung der für diese Geräte (ohne Berücksichtigung der Nyquistfehler) angegebenen Meßunsicherheit. Die Wahl eines kleineren Modulationsgrads lohnt sich offenbar nicht, da der Verlust an Störabstand beim demodulierten Signal dann schwerer wiegt als der geringe Gewinn an Meßgenauigkeit.

Bei den Laufzeitfehlern tritt im Gegensatz zu den Dämpfungsfehlern eine starke Abhängigkeit vom Dämpfungsverhalten des Kanals in Erscheinung: Während bei gegen die untere Bandgrenze zu gleichbleibender oder abnehmender Dämpfung die Laufzeitfehler positiv sind, werden sie bei steigendem Dämpfungsverlauf negativ; der kleinste Fehler tritt bei schwach ansteigender Dämpfung auf. Bei gegebenem Dämpfungsverhalten ist für die Größe der Laufzeitfehler an der unteren Kanalgrenze in erster Linie die Wahl der Spaltfrequenz von Bedeutung, die Wahl des Modulationsgrads spielt bei fehlenden Dämpfungsverzerrungen (Allpaß) gar keine, bei vorhandenen Dämpfungsverzerrungen eine nur untergeordnete Rolle. Der Laufzeitfehler nimmt mit kleiner werdender Spaltfrequenz rasch ab, er erreicht bei $f_s = 0,2$ kHz einen Wert, der gegenüber dem Toleranz-

wert der Vorschrift S3 unbedeutend ist. Da die Laufzeit der Nachbildung an der Kanalgrenze mit 8 ms ziemlich groß ist (siehe Abb. 3.21), beträgt der Fehler aber auch noch für $f_S = 0,4$ kHz mit maximal 60 μ s (Abb. 3.26) weniger als ein Prozent des Meßwerts; dies entspricht wieder der Größenordnung der für diese Geräte erreichbaren Genauigkeit, wenn der Nyquistfehler nicht berücksichtigt wird.

Aus der Auswertung der Meßfehler am nicht entzerrten Kanal folgt also, daß erstens der Messung der Nyquist-Mittelwertdämpfung der Vorzug zu geben ist, und daß zweitens für die Größe der Nyquistparameter des Senders ohne wesentliche Einbuße an Meßgenauigkeit maximal die Werte

$$f_S \approx 40 \text{ Hz}$$

$$\text{und } m \approx 0,4$$

gewählt werden können.

Die bisher betrachteten Fehler betrafen die Messungen am nicht entzerrten Kanal. Die dabei auftretenden Fehler sind dann störend, wenn ausgehend von einer Tabelle von Meßwerten für die Laufzeit und Dämpfung im Kanal die Einstellung eines Entzerrers durch einen Elektronenrechner ermittelt werden soll. Es bleibt noch zu untersuchen, mit welchen Meßfehlern am entzerrten Kanal gerechnet werden muß. Diese Messung ist deswegen besonders wichtig, weil auf ihr die Aussage beruht, ob der Kanal nach der Entzerrung beispielsweise das Toleranzschema S3 erfüllt oder nicht.

Läßt man die Welligkeit der Restverzerrung außer Betracht, sind größere Meßfehler auch hier nur an der unteren Kanalgrenze zu erwarten. Sie rühren daher, daß bei der Laufzeitentzerrung der notwendige Entzerreraufwand wegen der unsymmetrischen Lage der Laufzeitkurven bezüglich des Toleranzschemas M.102 bzw. S3 (siehe Abb. 3.23) vor allem durch die untere Laufzeitflanke bestimmt wird. Man wird also aus Gründen der Wirtschaftlichkeit den Kanal nach der unteren Frequenzgrenze zu nur soweit entzerren, als das

Toleranzschema es vorschreibt, diese untere Grenze liegt für die Laufzeit bei 500 Hz. Die Folge ist, daß unterhalb 500 Hz der entzerrte Kanal einen umso steiler ansteigenden Gruppenlaufzeitgang aufweist, der in erster Linie zu Fehlern der Dämpfungsmessung führt, für welche abweichend von der Laufzeit Toleranzvorschriften bis 300 Hz herab bestehen.

Um diese Meßfehler am bereits entzerrten Kanal untersuchen zu können, wurde das Laufzeitverhalten nach der Entzerrung auf Grund von Meßkurven wieder durch eine rationale Übertragungsfunktion approximiert. Für diese Nachbildung IV ergab sich als jeweils fünffaches Pol- und Nullstellenpaar

$$p_P = -0.02 \pm 0.199j ,$$

$$p_N = +0.02 \pm 0.199j .$$

Abb. 3.27 zeigt, daß diese Nachbildung in ihrem Laufzeitverhalten das Toleranzschema S3 nicht verletzt, unterhalb 500 Hz aber den erwähnten steilen Anstieg der Gruppenlaufzeit besitzt. Sieht man wieder von der viel ungünstigeren Messung der Nyquist-Grundschwingungsdämpfung ab, so erweisen sich die Meßfehler als unbedeutend in Bezug auf das Toleranzschema S3, sofern auch hier die für den nicht entzerrten Kanal ermittelten Höchstwerte der Nyquistparameter $f_S = 40$ Hz und $m = 0,4$ zugrunde gelegt werden, siehe Abb. 3.28.

Abschließend bleibt zu untersuchen, inwieweit Fehler bei der Messung eines w e l l i g e n Dämpfungs- und Laufzeitgangs entstehen. Die bei der Entzerrung von Fernsprechkä-nälen verwendeten Entzerrer sind, wie in Abschnitt 4 dieser Arbeit noch genauer erläutert werden wird, aus einer Kettenschaltung einzelner Teilentzerrer zusammengesetzt. Diese besitzen glockenförmige, in der Frequenzlage von Teilentzerrer zu Teilentzerrer versetzte Dämpfungs- und



Abb. 7.27 Bestimmung S_3 : Frequenzen des Sprungfunktion

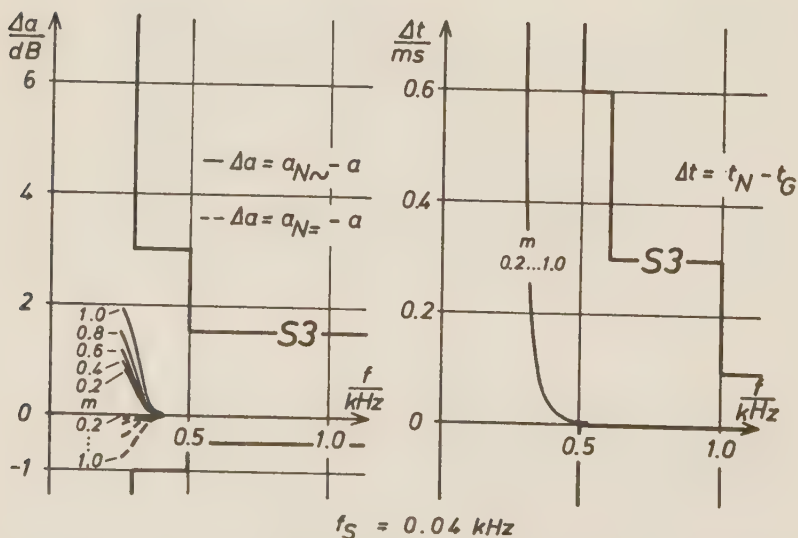
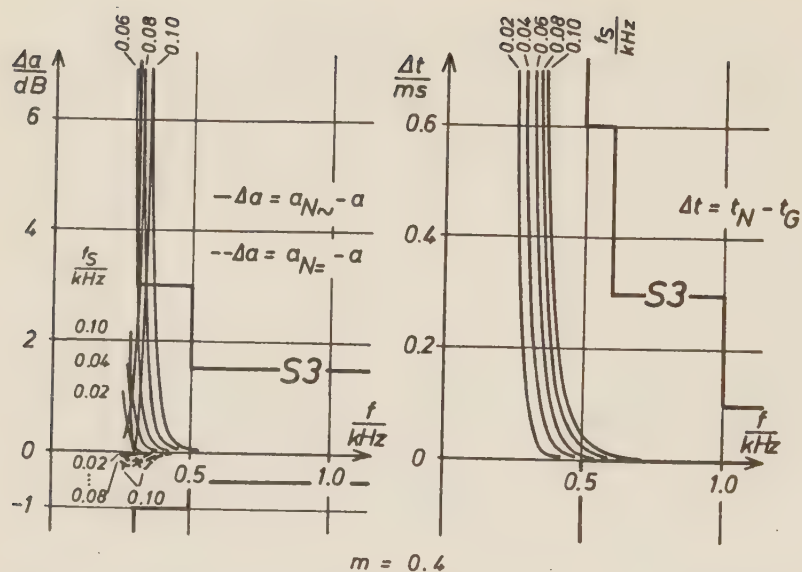


Abb. 3.28 Fehler der Nyquistlaufzeit sowie der Nyquist-Grundswingungsdämpfung und -Mittelwertdämpfung bei einem entzerrten Kanal gemäß Nachbildung IV

Gruppenlaufzeitkurven, deren Addition bei idealer Entzerrung dem komplementären Verlauf der Dämpfung bzw. Gruppenlaufzeit des nicht entzerrten Kanals entsprechen muß. Aus wirtschaftlichen Gründen wählt man die Zahl der Teilentzerrer so klein wie möglich, d.h. also einen möglichst großen Frequenzabstand zwischen den einzelnen Glockenkurven. Dies führt zu einer Restwelligkeit der Dämpfung und Gruppenlaufzeit im entzerrten Kanal. Die Mindestanzahl der verwendeten Teilentzerrer wird u.a. dadurch bestimmt, daß diese Restwelligkeit die vorgeschriebenen Toleranzschranken nicht überschreiten darf.

Die Breite des Toleranzschlauches nach Empfehlung M. 102 beträgt für die Dämpfung ± 2 dB bzw. $\pm 0,23$ Np im Frequenzbereich $0,5 \text{ kHz} \leq f \leq 2,8 \text{ kHz}$, für die Gruppenlaufzeit $\pm 250 \mu\text{s}$ im Frequenzbereich $1 \text{ kHz} \leq f \leq 2,6 \text{ kHz}$. Nach der in den USA eingeführten Empfehlung S 3 ist für die Dämpfung nur die Hälfte, für die Gruppenlaufzeit nur ein Fünftel der Breite dieses Toleranzschlauches zulässig.

Läßt man die jeweils stärkere Schwankung nach M. 102 zu, so ist nach Kapitel 3.5

$$\Delta a_0 \leq 0.23$$

$$\text{und } \Delta t_0 \leq 250 \mu\text{s},$$

wenn die Welligkeit durch einen sinusförmigen Kurvenverlauf angenähert wird. Diese Näherungsbetrachtung ist mit ausreichender Genauigkeit insbesondere deshalb zulässig, weil die Frequenzabstände der Glockenkurven der Teilentzerrer gleich groß gewählt werden. Dies führt zu einer ungefähr periodischen Restwelligkeit, die deswegen angestrebt wird, weil ein Toleranzschlauch konstanter Breite über einen größeren Frequenzabschnitt einzuhalten ist.

Um zu einer noch ausreichenden Entzerrung von Fernsprechanälen zu kommen, kann der Frequenzabstand der glockenförmigen Teilkurven und deshalb auch der Maxima bzw. Minima der Restwelligkeit höchstens etwa 250 Hz betragen. Legt man diesen Höchstwert neben der bereits genannten Breite des Toleranzschlauches von maximal $\pm 250 \mu s$ für die Betrachtung der Welligkeitsfläche der Gruppenlaufzeit zugrunde, so ist nach Kapitel 3.5 mit

$$f_0^* \leq 250 \text{ Hz} , \quad \Delta t_0 \leq 250 \mu s$$

die Welligkeitsfläche gemäß Gl. 3.84

$$F_w \leq 2 f_0^* \Delta t_0 = 2 \cdot 250 \text{ Hz} \cdot 250 \mu s$$

$$F_w \leq 0.125 .$$

Die Größe der Werte Δa_0 und F_w erlaubt Näherungsbeurachtungen nach Kapitel 3.5. Diese führen zu folgenden Aussagen:

Die bei der Messung der N y q u i s t - M i t t e l - w e r t d ä m p f u n g auftretenden Meßfehler bei welligem Dämpfungsverlauf sind vernachlässigbar.

Die Messung der N y q u i s t - G r u n d s c h w i n - g u n g s d ä m p f u n g kann zu einer starken Verfälschung der gemessenen Welligkeit führen. Aus Gl. 3.79 folgt, daß z.B. für eine Periodenlänge $f_0 = 160 \text{ Hz}$ der Dämpfungswelligkeit bei einer Spaltfrequenz $f_S = 40 \text{ Hz}$, d.h. also für $\Omega_S/\Omega_0 = 0.25$, die gemessene Welligkeit völlig verschwindet, es wird also ein konstanter Dämpfungsverlauf angezeigt.

Für größere Werte von f_0 , also

$$\frac{\Omega_S}{\Omega_0} = \frac{f_S}{f_0} < \frac{40}{160} = 0.25$$

nimmt der Fehler ab, die Welligkeit wird phasenrichtig aber mit zu kleiner Amplitude angezeigt, siehe Abb. 3.17. Im Bereich

$$0.75 > \frac{f_S}{f_0} > 0.25$$

gelangt ein zur tatsächlichen Dämpfungswelligkeit gegenphasiger Dämpfungsverlauf zur Anzeige, der für

$$\frac{f_S}{f_0} = 0.5, \quad \text{also} \quad f_0 = 2f_S = 80 \text{ Hz}$$

dieselbe Amplitude wie die tatsächliche Dämpfungswelligkeit erreichen kann.

Bei der Messung der Nyquistlaufzeit verschwindet die Welligkeit der angezeigten Laufzeit, wenn nach Gl. 3.81

$$\frac{\Omega_0^*}{2\pi\Omega_S} \Delta T_0 \sin(2\pi \frac{\Omega_S}{\Omega_0^*}) = 0, \quad \text{also} \quad \frac{\Omega_S}{\Omega_0^*} = \frac{1}{2}$$

$$\text{oder} \quad f_0^* = 2f_S$$

ist. Bei einer Spaltfrequenz von 40 Hz tritt dies für eine Periodenlänge der Laufzeitwelligkeit von 80 Hz ein. Für größere Periodenlängen ist die Anzeige phasenrichtig mit verringerter Amplitude, für kleinere Periodenlängen ist die gemessene Welligkeit gegenphasig zum tatsächlichen Verlauf und kann gemäß Abb. 3.18 für

$$\frac{f_S}{f_0^*} = 0.715, \quad \text{also} \quad f_0^* = 1.4 f_S$$

ca. 22% der Amplitude der echten Welligkeit der Gruppenlaufzeit erreichen.

$\frac{f_S}{f_0}$	k	$\frac{f_S}{f_0}$	k	$\frac{f_S}{f_0}$	k
0.02	0.997	0.72	-0.217	1.42	0.054
0.04	0.990	0.74	-0.215	1.44	0.041
0.06	0.976	0.76	-0.209	1.46	0.027
0.08	0.958	0.78	-0.200	1.48	0.013
0.10	0.935	0.80	-0.189	1.50	0.000
0.12	0.908	0.82	-0.176	1.52	-0.013
0.14	0.876	0.84	-0.160	1.54	-0.026
0.16	0.840	0.86	-0.143	1.56	-0.038
0.18	0.800	0.88	-0.124	1.58	-0.049
0.20	0.757	0.90	-0.104	1.60	-0.058
0.22	0.711	0.92	-0.083	1.62	-0.067
0.24	0.662	0.94	-0.062	1.64	-0.075
0.26	0.611	0.96	-0.041	1.66	-0.081
0.28	0.558	0.98	-0.020	1.68	-0.086
0.30	0.505	1.00	-0.000	1.70	-0.089
0.32	0.450	1.02	0.020	1.72	-0.091
0.34	0.395	1.04	0.038	1.74	-0.091
0.36	0.341	1.06	0.055	1.76	-0.090
0.38	0.287	1.08	0.071	1.78	-0.088
0.40	0.234	1.10	0.085	1.80	-0.084
0.42	0.183	1.12	0.097	1.82	-0.079
0.44	0.133	1.14	0.108	1.84	-0.073
0.46	0.086	1.16	0.116	1.86	-0.066
0.48	0.042	1.18	0.122	1.88	-0.058
0.50	0.000	1.20	0.126	1.90	-0.049
0.52	-0.038	1.22	0.128	1.92	-0.040
0.54	-0.073	1.24	0.128	1.94	-0.030
0.56	-0.105	1.26	0.126	1.96	-0.020
0.58	-0.132	1.28	0.122	1.98	-0.010
0.60	-0.156	1.30	0.116	2.00	-0.000
0.62	-0.176	1.32	0.109	2.02	0.010
0.64	-0.192	1.34	0.100	2.04	0.019
0.66	-0.204	1.36	0.090	2.06	0.028
0.68	-0.212	1.38	0.079	2.08	0.037
0.70	-0.216	1.40	0.067	2.10	0.045

Tabelle 3.I

Bewertungsfaktor für die Toleranzschranke der Gruppenlaufzeit bei der Messung einer welligen Nyquistlaufzeit

$$k = \frac{\sin(2\pi \frac{f_S}{f_0})}{2\pi \frac{f_S}{f_0}}$$

grads ohne Belang (s. Kap. 3.5), da die Nyquistlaufzeit gleich der Spaltlaufzeit gesetzt werden kann. Die Periodenlänge der Welligkeit beträgt $f_0^* = 80 \text{ Hz}$, als Spaltfrequenz f_S wurden die Werte 2 Hz, 24 Hz und 40 Hz gewählt, bezogen auf f_0^* ergeben sich also die Frequenzverhältnisse

$$1. \quad \frac{f_S}{f_0^*} = 0.025 ,$$

$$2. \quad \frac{f_S}{f_0^*} = 0.3 ,$$

und $3. \quad \frac{f_S}{f_0^*} = 0.5 .$

Nach Tabelle 3.I wird für diese drei Fälle

$$1. \quad k \approx 0.99 ,$$

$$2. \quad k \approx 0.50 ,$$

und $3. \quad k \approx 0 .$

Im ersten Fall gelangt also die Gruppenlaufzeit mit einem Fehler von nur etwa 1% zur Anzeige, im zweiten Fall wird die Welligkeit nur zur Hälfte, im dritten Fall gar nicht angezeigt. Der restliche Frequenzgang in Abb. 3.29 für den Fall 3, also $f_S = 40 \text{ Hz}$, ist darauf zurückzuführen, daß die durch die Entzerrer verursachte Welligkeit nicht streng sinusförmig ist. Bei der Berechnung der dargestellten welligen Gruppenlaufzeit-Restverzerrung wurden nämlich Entzerrer der in Abschnitt 4 dieser Arbeit beschriebenen Art zugrunde gelegt.

Die Kurven zeigen, daß eine hinreichend fehlerfreie Anzeige eine Spaltfrequenz von nur wenigen Hertz erfordert. Die Folge ist ein sehr träges Meßgerät, das insbesondere ein Wobbeln der Dämpfungs- und Laufzeitkurven nur mit sehr ge-

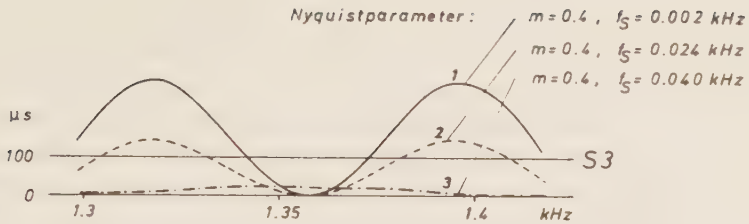


Abb. 3.29 Nyquistlaufzeit in Abhängigkeit von der Spaltfrequenz bei welligem Verlauf der Gruppenlaufzeit eines entzerrten Kanals

ringer Wobbelgeschwindigkeit gestattet.

Die Ergebnisse dieses Kapitels sollen noch einmal kurz zusammengefaßt und Schlußfolgerungen daraus gezogen werden.

Es wurden auf Grund der in Fernsprechanälen auftretenden Gruppenlaufzeit- und Dämpfungsverzerrungen die Meßfehler errechnet, die bei der Messung der Kanäle nach dem Nyquist-Verfahren in Abhängigkeit von der Größe der Nyquistparameter und bei der Dämpfung auch in Abhängigkeit von der im Meßempfänger angewendeten Meßmethode auftreten. Diese prinzipiellen Fehler wurden sowohl für die Messung des nicht entzerrten als auch des bereits entzerrten Kanals bestimmt. Beim nicht entzerrten Kanal wurden auf Grund umfangreicher Messungen an installierten Systemen ermittelte Maximalverzerrungen zugrundegelegt, beim entzerrten Kanal wurde eine nach der Entzerrung verbleibende Restverzerrung sowohl in Form einer steilen Flanke der Gruppenlaufzeit am unteren Kanalende als auch in Form einer Welligkeit der

Dämpfung und Laufzeit innerhalb des Kanals berücksichtigt.

Als Ergebnis kann zunächst angeführt werden, daß für die Dämpfungsmessung der Messung der Nyquist-Mittelwertdämpfung unbedingt der Vorzug zu geben ist, d.h. im Meßempfänger soll die Dämpfung des zeitlichen Mittelwertes (Gleichspannungsanteils) und nicht die Dämpfung der zur Gruppenlaufzeitmessung verwendeten Grundschiwingung der positiven oder negativen Hüllkurve des Meßsignals angezeigt werden. Dann liegen die prinzipiellen Dämpfungsmeßfehler am nicht entzerrten und am entzerrten Kanal bei maximal 0,1 dB, sofern ein Modulationsgrad von $m \approx 0,4$ nicht überschritten wird. Dieser Fehler liegt in der Größenordnung der ohne Berücksichtigung der Nyquistfehler für solche Meßgeräte garantierten maximalen Meßunsicherheit. Ein kleinerer Modulationsgrad würde ohne erheblichen Gewinn an Gesamtgenauigkeit nur zu einer höheren Störspannungsempfindlichkeit der Meßgeräte führen.

Die Größe der Spaltfrequenz ist bei der Messung der Mittelwertdämpfung von untergeordneter Bedeutung, ihre Wahl ist im Hinblick auf die bei der Gruppenlaufzeitmessung auftretenden Fehler zu treffen. Mit Rücksicht auf ein günstiges Einschwingverhalten der Meßanordnung (Wobbeln!) und auf die erforderliche Empfindlichkeit des Phasenmessers im Empfänger ist man daran interessiert, die Spaltfrequenz so groß wie möglich zu wählen. Geht man von einer Meßunsicherheit der Meßanordnung von 1% (ohne Berücksichtigung der Nyquistfehler) aus, so ergibt sich ein zusätzlicher maximaler Fehler von derselben Größenordnung bei der Wahl einer Spaltfrequenz von ca. 40 Hz. Diese Betrachtung schließt die Messung des nicht entzerrten und des bereits entzerrten Kanals ein, bei letzterem aber nicht die Berücksichtigung einer Welligkeit der Gruppenlaufzeit.

Das Auftreten welliger Laufzeitverzerrungen im entzerrten Kanal, bedingt durch das Streben nach möglichst geringem

Entzerreraufwand (es kommen aber auch andere Ursachen in Frage), kann bei einer Spaltfrequenz von 40 Hz je nach der Periodenlänge der Welligkeit zu Fehlern von über 100% der tatsächlichen Welligkeit der Gruppenlaufzeit führen: Die Welligkeit wird abhängig von ihrer Periodenlänge über der Frequenz stets zu klein angezeigt, sie kann bei der Messung weitgehend verschwinden oder sogar gegenphasig zur Anzeige kommen. Sollen diese Meßfehler vermieden werden, müßte die Spaltfrequenz noch ganz wesentlich verkleinert werden. Es liegt also die Situation vor, daß CCITT-Toleranzvorschriften für das Gruppenlaufzeitverhalten von Fernsprechanälen, die für Datenübertragungen verwendet werden sollen, bestehen, welche mit keinem sich auf dem Markt befindlichen Meßgerät nachgeprüft werden können, auch nicht mit dem Meßgerät, dessen Daten vom CCITT selbst für eine zukünftige Empfehlung ausgearbeitet wurden [11].

Sollen die bestehenden CCITT-Toleranzvorschriften ernst genommen werden, müßte die Spaltfrequenz auf wenige Hertz beschränkt werden. Untersuchungen darüber, wieweit die Welligkeit der Gruppenlaufzeit die Fehlerrate der Datenübertragung unter Berücksichtigung der sehr unterschiedlichen angewandten Modulationsverfahren beeinflußt, sind erforderlich, um diese für die Meßtechnik so wichtige Frage zu klären.

4. Die Entzerrung des Frequenzgangs der Dämpfung und Gruppenlaufzeit von Fernsprechkä- nälen

4.1 Forderungen an die Entzerrer. Grundsätzlicher Aufbau

Die Entzerrer sollen dazu geeignet sein, sowohl den Dämpfungs- als auch den Gruppenlaufzeitgang von Fernsprechkä-
nälen recht unterschiedlichen Verlaufs zu kompensieren. Sie müssen also selbst, abgesehen von einer erlaubten fre-
quenzunabhängigen Grundlaufzeit, Übertragungseigenschaften besitzen, die sich auf den komplementären Verlauf der Dämpfung und Gruppenlaufzeit des jeweiligen Kanals einstellen lassen.

Als Einstellverfahren sollen sowohl der Abgleich von Hand durch Schalter oder Potentiometer mit Hilfe eines geeigneten Meßgerätes für Dämpfung und Gruppenlaufzeit, als auch der Abgleich mit Hilfe eines Elektronenrechners ins Auge gefaßt werden. Für letzteren soll lediglich die Aufstellung einer Wertetabelle der Dämpfung und Laufzeit im Kanal erforderlich sein, woraus der Rechner die richtige Einstellung des Entzerrers ermittelt. Diese Art der Entzerrung verlangt geeichte Einstellmöglichkeiten am Entzerrer, was beim iterativen Verfahren des Handabgleichs nicht notwendig ist. Da mit Ausnahme des in dieser Arbeit beschriebenen Entzerrers keine Geräte auf dem Markt sind, welche einen Rechnerabgleich erlauben, ist z.Zt. ausschließlich das Handabgleichverfahren üblich. Dieses ist sehr mühsam und nimmt oft mehrere Stunden in Anspruch; bei der zunehmenden Verteuerung der Arbeitsstunden für die hierfür benötigten geübten Techniker und im Hinblick auf die immer stärkere Verbreitung der elektronischen Rechenmaschinen wird sich der rechnerische Abgleich in Zukunft sicher durchsetzen.

Einstellbare Entzerrer müssen aus wirtschaftlichen Gründen so ausgebildet werden, daß sie bei möglichst wenig variab-

len Parametern vorgegebene Dämpfungs- und Laufzeitcharakteristiken möglichst gut zu approximieren gestatten. Soll der Einstellvorgang auch von Hand erfolgen können, ist es notwendig, daß gezielte Korrekturen des Übertragungsverhaltens in gewissen Frequenzbereichen möglich sind, ohne daß im übrigen Frequenzgebiet größere Änderungen der Übertragungseigenschaften auftreten; nur so kann man die Konvergenz des schrittweisen Abgleichs von Hand in den Griff bekommen. Da zudem zwei Übertragungsgrößen gleichzeitig entzerrt werden müssen, nämlich die Dämpfung und die Gruppenlaufzeit, sollte darüber hinaus die Einstellung dieser Größen möglichst unabhängig voneinander erfolgen können.

Es ist naheliegend, den Gesamtentzerrer als Kettenschaltung einzelner Teilentzerrer zu realisieren, da sich die Gesamtdämpfung und die Gesamtlaufzeit dann aus der Summe der Dämpfung und Laufzeit der einzelnen Teilentzerrer zusammensetzen, Abb. 4.1.

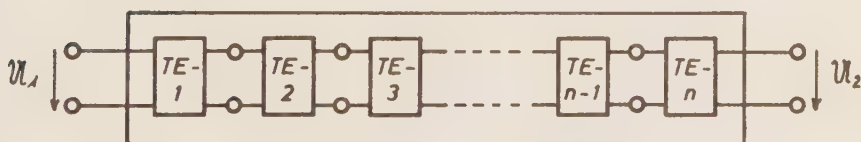


Abb. 4.1 Aufbau eines Entzerrers aus n Teilentzerrern

Diese Teilentzerrer können unterschiedlichen Aufgaben dienen, z.B. dem Grobabweichen der Dämpfung des Kanals bei möglichst geringer Beeinflussung des Laufzeitverhaltens, dem Grobabweichen der Laufzeit bei möglichst geringer Beeinflussung des Dämpfungsverhaltens und schließlich dem Feinabweichen der Dämpfung und Laufzeit bei möglichst geringer gegenseitiger Beeinflussung dieser beiden Abgleichvorgänge.

Letztere Art von Teilentzerrern soll nun näher betrachtet werden; auf die übrigen braucht später nur kurz eingegangen zu werden, da sie lediglich einen Sonderfall darstellen.

4.2 Allgemeine Form der Teilentzerrer-Übertragungsfunktion

Es sei vorausgesetzt, daß die Entzerrer aus konzentrierten Schaltelementen aufgebaut sind und die Eigenschaften der Linearität und zeitlichen Konstanz besitzen. Die Übertragungsfunktion des Gesamtentzerrers (Wirkung durch Ursache) stellt dann eine rationale Funktion dar von der Form

$$H(p) = K \frac{a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots + a_{n-1} p^{n-1} + p^n}{b_0 + b_1 p + b_2 p^2 + \dots + b_{m-1} p^{m-1} + p^m} \quad (4.1)$$

$$= K \frac{\sum_{\mu=0}^n a_{\mu} p^{\mu}}{\sum_{\mu=0}^m b_{\mu} p^{\mu}} \quad \text{mit} \quad a_n = 1, \quad b_m = 1 \quad (4.2)$$

Dabei sei $p = j\Omega$ und $\Omega = \frac{\omega}{\omega_n}$, ω_n ist eine beliebige normierende Kreisfrequenz.

Bei $H(p)$ handle es sich nicht um eine Betriebsübertragungsfunktion, d.h. es sei

$$(4.3) \quad |H(j\Omega)| \begin{matrix} \geq \\ \leq \end{matrix} 1$$

erlaubt. Söll eine realisierbare Übertragungsfunktion vorliegen, d.h. soll es eine zugehörige Schaltung aus Widerständen, Spulen, Kondensatoren und eventuell auch aktiven Schaltelementen geben, so muß gelten

$$(4.4) \quad \left\{ \begin{array}{l} a_{\mu}, b_{\mu} \text{ reell} \\ \text{und} \quad n \leq m, \end{array} \right.$$

darüber hinaus muß das Nennerpolynom

$$\sum_{\mu=0}^m b_{\mu} p^{\mu}$$

ein Hurwitzpolynom sein.

Die Nullstellen und Pole der Übertragungsfunktion nach Gl. 4.2 können wegen der Forderung Gl. 4.4 nur reell sein oder aber komplex konjugierte Paare bilden. Die Funktion kann deshalb auch in der Form

$$(4.5) \quad H(p) = K \frac{\prod_{\mu=1}^k (p - p_{\mu}) \prod_{\mu=k+1}^{k+l} (p - p_{\mu})(p - p_{\mu}^*)}{\prod_{\mu=k+l+1}^{k+l+m} (p - p_{\mu}) \prod_{\mu=k+l+m+1}^{k+l+m+n} (p - p_{\mu})(p - p_{\mu}^*)}$$

angeschrieben werden.

Man kann sich das Zweitort mit dieser Übertragungsfunktion nun als Kettenschaltung von Elementarzweitoren vorstellen, von denen jedes (sieht man von den Nullstellen bei $p = \infty$ ab) entweder nur

Dabei gelten die Beziehungen

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= |p_N|^2, \\ a_1 &= -2 \operatorname{Re}[p_N], \\ b_0 &= |p_P|^2, \\ b_1 &= -2 \operatorname{Re}[p_P] . \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

Um die Forderung zu erfüllen, daß das Nennerpolynom ein Hurwitzpolynom darstellt, genügt die Forderung

$$b_1 > 0 , \quad (4.9)$$

ferner gilt

$$a_0, b_0 > 0 , \quad (4.10)$$

da diese Parameter den Betrag einer komplex konjugierten Zahl darstellen.

Alle Realisierbarkeitsbedingungen sind also für die Teilentzerrer-Übertragungsfunktion nach Gl. 4.6 bzw. 4.7 leicht zu überblicken. Negative Werte sind allenfalls für K und a_1 möglich, wobei negatives K lediglich den trivialen Fall einer Phasenumkehr des Ausgangssignals in Bezug auf das Eingangssignal bedeutet, also keinen Einfluß auf das Dämpfungs- und Gruppenlaufzeitverhalten des Teilentzerrers besitzt.

Es soll nun gezeigt werden, daß Gl. 4.7 bezüglich der freien Parameter noch weiter eingeschränkt werden kann, ja muß, um zu einem leistungsfähigen Teilentzerrer zu gelangen. Dazu sollen zunächst das allgemeine Dämpfungs- und das allgemeine Gruppenlaufzeitverhalten des Teilentzerrers näher betrachtet werden.

Die Dämpfung errechnet sich aus Gl. 4.7 zu

$$a_T(\Omega) = \ln \frac{1}{|H_T(j\Omega)|} = \frac{1}{2} \ln |K|^{-2} \frac{(\Omega^2 - b_0)^2 + b_1^2 \Omega^2}{(\Omega^2 - a_0)^2 + a_1^2 \Omega^2}.$$

(4.11)

Die normierte Gruppenlaufzeit folgt aus der Phase

$$(4.12) \quad b_T(\Omega) = -\arg H(j\Omega)$$

$$= -\arctg \frac{a_1 \Omega}{a_0^2 - \Omega^2} + \arctg \frac{b_1 \Omega}{b_0^2 - \Omega^2}$$

zu

$$(4.13) \quad T_T(\Omega) = \frac{d b_T(\Omega)}{d \Omega}$$

$$(4.14) \quad T_T(\Omega) = - \frac{a_1(\Omega^2 + a_0)}{(\Omega^2 - a_0)^2 + a_1^2 \Omega^2} + \frac{b_1(\Omega^2 + b_0)}{(\Omega^2 - b_0)^2 + b_1^2 \Omega^2}.$$

Das typische Dämpfungs- und Gruppenlaufzeitverhalten eines Teilentzerrers mit der Übertragungsfunktion nach Gl. 4.7 soll an Hand eines Beispiels gezeigt werden.

Wählt man

$$K = \frac{1}{2}, \quad a_0 = \frac{1}{3}, \quad a_1 = -\frac{1}{6},$$

$$b_0 = \frac{2}{3}, \quad b_1 = \frac{3}{20},$$

so ergibt sich das in Abb. 4.2 dargestellte Übertragungsverhalten. Dabei kann sich bei der Dämpfung bei anderer Wahl der Parameter die Reihenfolge des Maximums und Minimums auch vertauschen.

Den Kurven ist zu entnehmen, daß sie für einen Teilentzerrer keinesfalls geeignet sind. Man wünscht sich vielmehr, daß für die Dämpfung nur ein Maximum oder Minimum

auftritt, das auch den Wert null annehmen kann, und daß dies zum Allpaßverhalten des Teilentzerrers führt. Störend ist ferner die Dämpfungsstufe Δa , die einen breitbandigen Dämpfungsunterschied

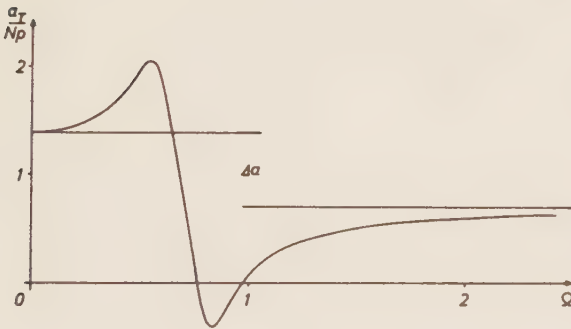
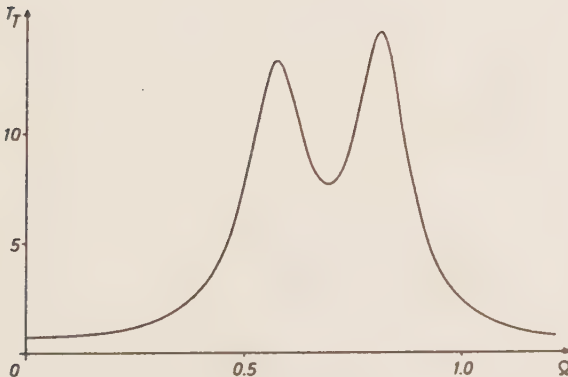


Abb. 4.2
Dämpfungs- und
normiertes Gruppen-
laufzeitver-
halten eines
Zweitorts mit je
einem komplex
konjugierten Pol-
und Nullstellen-
paar



zwischen unterem und oberem Übertragungsfrequenzbereich bewirkt. Bei der Gruppenlaufzeit wünscht man sich eine Vereinigung der beiden Maxima zu einem einzigen Maximum.

Wie können diese Wünsche an den Teilentransfer nun erfüllt werden? Dazu sollen alle drei unbefriedigenden Punkte getrennt betrachtet werden.

Die Parameterfunktion a_T sei durch

$$\Delta a = a_T(0) - a_T(\infty)$$

und mit Gl. 4.11 an

$$\begin{aligned} \Delta a &= \frac{1}{2} (\ln |K|^{-2} \frac{b_0^2}{a_0^2} - \ln |K|^{-2}) \\ (4.15) \quad \Delta a &= \ln \frac{b_0}{a_0} \end{aligned}$$

Die Forderung $\Delta a = 0$

führt also zu der Beziehung

$$a_0 = b_0.$$

Für die Extremwerte der Parameterfunktion gilt mit Gl. 4.11

$$\frac{da_T(\Omega)}{d\Omega} = 0$$

$$\frac{d}{d\Omega} \left(\frac{1}{2} \ln |K|^{-2} \frac{(\Omega^2 - b_0)^2 + b_1^2 \Omega^2}{(\Omega^2 - a_0)^2 + a_1^2 \Omega^2} \right) = 0$$

Abgesehen von den Extremwerten bei $\Omega = 0$ und $\Omega = \infty$ führt diese Beziehung zu der Bestimmungsgleichung der Extremwerte im Inneren von der Form

$$\begin{aligned} (-2a_0 + 2b_0 + a_1^2 - b_1^2/\Omega^4 + 2(a_0^2 - b_0^2)/\Omega^2 \\ + (2a_0b_0^2 - 2a_0^2b_0 + a_0^2b_1^2 - a_1^2b_0^2)) = 0 \end{aligned}$$

Setzt man auch hier

$$a_0 = b_0,$$

so reduziert sich diese Bestimmungsgleichung auf

$$(a_1^2 - b_1^2)\Omega^4 + (a_0^2 b_1^2 - a_0^2 a_1^2) = 0$$

und für $a_1^2 \neq b_1^2$ wird

$$\begin{aligned}\Omega^4 - a_0^2 &= 0 \\ \Omega^4 &= a_0^2.\end{aligned}$$

Als einzige reelle und positive Lösung ergibt sich für die Lage des Extremwertes also die normierte Frequenz

$$\Omega_0 = \sqrt{a_0}. \quad (4.16)$$

Es sollen nun noch die Extremwerte der Gruppenlaufzeit in ihrer Frequenzlage untersucht werden. Dazu empfiehlt es sich, die Gruppenlaufzeitfunktion nach Gl. 4.14 zunächst in eine andere Form zu bringen. Es ist

$$T_T(\Omega) = \quad (4.17)$$

$$\begin{aligned}& - \frac{\frac{a_1}{2}}{\left(\frac{a_1}{2}\right)^2 + \left(\Omega - \sqrt{a_0 - \left(\frac{a_1}{2}\right)^2}\right)^2} + \frac{-\frac{a_1}{2}}{\left(\frac{a_1}{2}\right)^2 + \left(\Omega + \sqrt{a_0 - \left(\frac{a_1}{2}\right)^2}\right)^2} \\& + \frac{\frac{b_1}{2}}{\left(\frac{b_1}{2}\right)^2 + \left(\Omega - \sqrt{b_0 - \left(\frac{b_1}{2}\right)^2}\right)^2} + \frac{\frac{b_1}{2}}{\left(\frac{b_1}{2}\right)^2 + \left(\Omega + \sqrt{b_0 - \left(\frac{b_1}{2}\right)^2}\right)^2} \\& = T_{T1}(\Omega) + T_{T1}(-\Omega) + T_{T2}(\Omega) + T_{T2}(-\Omega).\end{aligned}$$

Die Übereinstimmung der Gleichungen 4.14 und 4.17 ist leicht nachzuprüfen.

Diese abgeänderte Form der Gruppenlaufzeitfunktion des Teilentzerrers zeigt, daß sie sich aus vier gleichartigen Teilfunktionen additiv zusammensetzt. Abb. 4.3 zeigt den Kurvenverlauf dieser Teilfunktionen bei positiven und negativen Frequenzen für unser Beispiel von Abb. 4.2. Jeweils zwei Teilkurven liegen spiegelbildlich zur Achse $\Omega = 0$, alle vier Teilfunktionen besitzen dieselben Grundeigenschaften, die am Beispiel der Kurve $\tau_{T1}(\Omega)$ untersucht werden sollen.

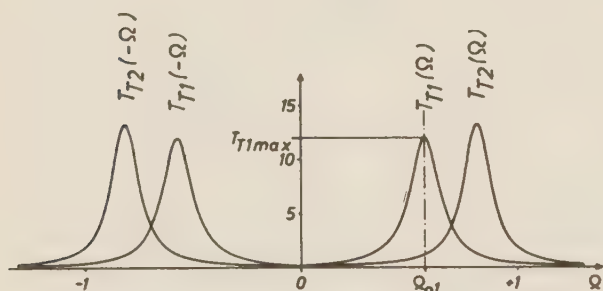


Abb. 4.3
Teilfunktionen
der normierten
Gruppenlaufzeit-
funktion eines
Zweiters mit je
einem komplex
konjugierten
Pol- und Null-
stellenpaar

Diese Teilfunktion

$$\tau_{T1}(\Omega) = \frac{-\frac{a_1}{2}}{\left(\frac{a_1}{2}\right)^2 + \left(\Omega - \sqrt{a_0 - \left(\frac{a_1}{2}\right)^2}\right)^2}$$

ist für $a_1 < 0$ stets positiv für reelle Ω und besitzt ein Maximum bei

$$\Omega_{01} = \sqrt{a_0 - \left(\frac{a_1}{2}\right)^2}$$

von der Größe

$$\tau_{T1max} = -\frac{2}{a_1}$$

Die Fälle $a_1 > 0$ bzw. $b_1 < 0$ würden zu negativen Teilkurven führen. Dieses für die Entzerrung an sich wünschenswerte Verhalten ist zwar für zwei der Teilkurven durch die Wahl von $a_1 > 0$ erreichbar, für die beiden anderen Teilkurven aber nicht, da $b_1 < 0$ zur Instabilität des Teilentzerrers führt. Die Wahl von zwei positiven in Verbindung mit zwei negativen Teilkurven mittels $a_1 > 0$, $b_1 < 0$ führt zu einem Minimalphasennetzwerk, das sich für einen Teilentzerrer für Dämpfung und Gruppenlaufzeit nicht eignet: Hierbei geht die angestrebte Eigenschaft eines einzigen Extremwertes der Laufzeit verloren und die Leistungsfähigkeit des Teilentzerrers zur Laufzeitentzerrung wird stark beeinträchtigt, da sich der Frequenzgang der Laufzeit-Teilkurven in hohem Maß gegenseitig kompensiert. Der Fall des Minimalphasennetzwerks spielt bei den Teilentzerrern für den Grobabbgleich der Dämpfung dagegen eine wichtige Rolle.

Eine hinreichende Forderung für das Auftreten von nur einem Laufzeitmaximum bei positiven Frequenzen besteht offensichtlich darin, daß die Frequenzlage des Laufzeitmaximums der beiden Teilkurven $T_{T1}(\Omega)$ und $T_{T2}(\Omega)$ zusammenfällt, daß also gilt

$$\sqrt{a_0 - \left(\frac{a_1}{2}\right)^2} = \sqrt{b_0 - \left(\frac{b_1}{2}\right)^2}$$

oder

$$a_0 - b_0 = \left(\frac{a_1}{2}\right)^2 - \left(\frac{b_1}{2}\right)^2.$$

Sind die Maxima der beiden Teilkurven gleich groß, ist also

$$-\frac{2}{a_1} = \frac{2}{b_1}, \quad a_1 = -b_1,$$

so ist wiederum die Forderung

$$a_0 = b_0$$

maßgebend dafür, daß sich bei positiven Frequenzen nur ein einziges Maximum ausbildet. Aus der Übertragungsfunktion nach Gl. 4.7 ergibt sich, daß $a_0 = b_0$ in Verbin-

derung mit $a_1 = -b_1$ den Allpaßfall darstellt, da sich Zähler und Nenner für $p = j\Omega$ nur im Vorzeichen des Imaginärteils unterscheiden (Gl. 4.11 ergibt $a_T(\Omega) \equiv 0$).

Ein einfaches Maximum der Gruppenlaufzeit des Teilentzerrers ist also gewährleistet, wenn die Entzerrung der Laufzeit vor der Entzerrung der Dämpfung durchgeführt wird, zunächst also alle Teilentzerrer als Allpässe betrieben werden. Es muß dann dafür gesorgt werden, daß die erreichten Laufzeiteigenschaften bei der nachfolgenden Dämpfungsentzerrung möglichst wenig beeinflußt werden. Dies ist eine Hauptforderung an die Eigenschaften von Teilentzerrern bei Anwendung manueller Abgleichverfahren.

Damit ist also die Forderung $a_0 = b_0$
in Verbindung mit $a_1 < 0$

auf Grund obiger Untersuchungen ausreichend, um alle gewünschten Eigenschaften der Dämpfungs- und Gruppenlaufzeitcharakteristik eines Teilentzerrers zu erreichen.

Setzt man

$$a_0 = b_0 = \Omega_0^2, \quad (4.18)$$

so nimmt die Übertragungsfunktion nach Gl. 4.7 die Form

$$H_T(p) = K \frac{\Omega_0^2 + a_1 p + p^2}{\Omega_0^2 + b_1 p + p^2} \quad \begin{matrix} a_1 < 0 \\ b_1 > 0 \end{matrix} \quad (4.19)$$

an.

Dies sei die allgemeine Form der Teilentzerrer-Übertragungsfunktion, im folgenden kurz TUF genannt.

Im nächsten Kapitel sollen nun die Dämpfungs- und Gruppenlaufzeiteigenschaften der Teilentzerrer näher betrachtet werden.

4.3 Dämpfungs- und Gruppenlaufzeiteigenschaften der Teilentzerrer-Übertragungsfunktion

Eine ausführliche Betrachtung der im vorhergehenden Kapitel definierten TUF in Bezug auf ihre prinzipiellen Dämpfungs- und Gruppenlaufzeiteigenschaften ist deshalb besonders wichtig, weil diese die Anpassungsfähigkeit der Gesamtübertragungsfunktion an eine vorgegebene Kanalverzerrung bestimmen. Sowohl für den Dämpfungs- als auch für den Laufzeit-Frequenzgang der TUF ergeben sich einige Regeln, welche die Leistungsfähigkeit der definierten TUF charakterisieren und deren Kenntnis für den Handabgleich des Entzerrers von Vorteil ist.

Für die D ä m p f u n g gilt nach Gl. 4.11 und 4.18 speziell für $|K| = 1$

$$a_T(\Omega) = \frac{1}{2} \ln \frac{(\Omega^2 - \Omega_0^2)^2 + b_1^2 \Omega^2}{(\Omega^2 - \Omega_0^2)^2 + a_1^2 \Omega^2} \quad (4.20)$$

Betraglich von 1 abweichende Werte von K sind nicht von Interesse, da sie nur einer breitbandigen Grunddämpfung entsprechen. Diese will man bei den Teilentzerrern möglichst vermeiden, wo es nicht gelingt, muß an anderer Stelle des Gerätes (Endverstärker) die Gesamtgrunddämpfung aller Teilentzerrer wieder ausgeglichen werden. Dies ist erforderlich, da durch Einschalten des Entzerrers die Pegelverhältnisse im Kanal im allgemeinen nicht verändert werden sollen.

Aus Gl. 4.20 ergibt sich eine prinzipielle Form der Dämpfungskurve nach Abb. 4.4.

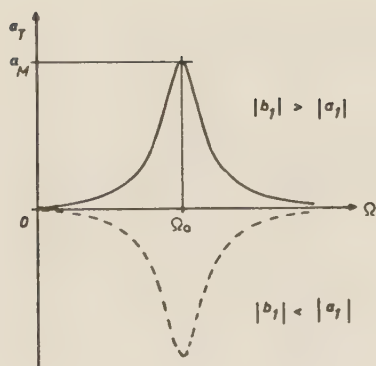


Abb. 4.4
Dämpfungsverhalten
einer TUF

Es ist $a_T(0) = a_T(\infty) = 0$, (4.21)
als Extremwert ergibt sich bei der normierten Frequenz
 $\Omega = \Omega_0$ der Dämpfungswert

$$a_M = a_T(\Omega_0) = \ln \frac{b_1}{-a_1} = \ln \left| \frac{b_1}{a_1} \right|, \quad (4.22)$$

wobei der Index M bei a_M sowohl für Maximum als auch für Minimum stehen kann.

Es tritt für

$$|b_1| > |a_1|$$

ein Maximum auf, für

$$|b_1| < |a_1|$$

ein Minimum.

Speziell für

$$|b_1| = |a_1|$$

liegt Allpaßverhalten vor, da Gl. 4.20

$$a_T(\Omega) = \frac{1}{2} \ln 1 = 0$$

ergibt.

Gl. 4.20 läßt sich auch in der Form

$$a_T(\Omega) = \frac{1}{2} \ln \frac{\Omega_0^2 \left(\frac{\Omega}{\Omega_0} - \frac{\Omega_0}{\Omega} \right)^2 + b_1^2}{\Omega_0^2 \left(\frac{\Omega}{\Omega_0} - \frac{\Omega_0}{\Omega} \right)^2 + a_1^2} \quad (4.23)$$

darstellen, aus dieser folgt

$$a_T(\Omega_1) = a_T(\Omega_2) \quad \text{für} \quad \frac{\Omega_1}{\Omega_0} = \frac{\Omega_0}{\Omega_2}$$

$$\text{bzw. für} \quad \ln \frac{\Omega_1}{\Omega_0} = -\ln \frac{\Omega_2}{\Omega_0} \quad (4.24)$$

Damit gilt die

Symmetrieregeln für das Dämpfungsverhalten einer TUF
(s. Abb. 4.5):

Der Dämpfungsverlauf einer TUF ist bei logarithmischem Frequenzmaßstab symmetrisch zur Linie $\Omega = \Omega_0$.

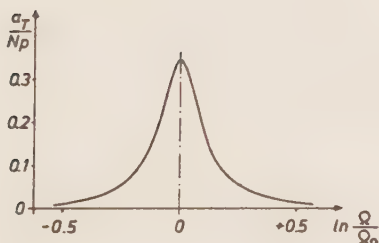


Abb. 4.5
Symmetrieregeln für
das Dämpfungsverhalten
einer TUF

Es soll nun die Bandbreite der Dämpfungskurve für einen beliebigen Dämpfungswert

$$a^* = a(\Omega_1) = a(\Omega_2) \quad (4.25)$$

errechnet werden. Aus den von Gl. 4.19 abgeleiteten beiden Beziehungen

$$e^{2a^*} = \frac{(\Omega_1^2 - \Omega_0^2)^2 + b_1^2 \Omega_1^2}{(\Omega_1^2 - \Omega_0^2)^2 + a_1^2 \Omega_1^2} \quad (4.26)$$

und

$$e^{2a^*} = \frac{(\Omega_2^2 - \Omega_0^2)^2 + b_1^2 \Omega_2^2}{(\Omega_2^2 - \Omega_0^2)^2 + a_1^2 \Omega_2^2}$$

folgt mit

$$\left. \begin{array}{l} \Omega_1 \leq \Omega_0 \\ \Omega_2 \geq \Omega_0 \end{array} \right\} \quad (4.27)$$

und

$$\Omega_1^2 - \Omega_0^2 = + a_1 \sqrt{\frac{-e^{2a^*} + (\frac{b_1}{a_1})^2}{e^{2a^*} - 1}} \cdot \Omega_1$$

$$\Omega_2^2 - \Omega_0^2 = - a_1 \sqrt{\frac{-e^{2a^*} + (\frac{b_1}{a_1})^2}{e^{2a^*} - 1}} \cdot \Omega_2$$

Durch Subtraktion der jeweiligen Seiten der Gleichungen erhält man

$$\Omega_1^2 - \Omega_2^2 = a_1 \sqrt{\frac{-e^{2a^*} + (\frac{b_1}{a_1})^2}{e^{2a^*} - 1}} \cdot (\Omega_1 + \Omega_2)$$

oder

$$\Delta \Omega = \Omega_2 - \Omega_1 = - a_1 \sqrt{\frac{-e^{2a^*} + (\frac{b_1}{a_1})^2}{e^{2a^*} - 1}} \neq f(\Omega_0) \quad (4.28)$$

Also lautet die

Bandbreiteregeln für das Dämpfungsverhalten einer TUF (s. Abb. 4.6):

Die Bandbreite der Dämpfungskurve einer TUF ist unabhängig von der Mittenfrequenz Ω_0 .

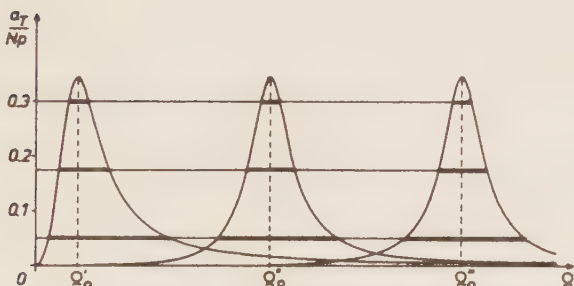


Abb. 4.6
Bandbreiteregeln
für das Dämpfungsverhalten
einer TUF

Bei dieser Regel spielt es keine Rolle, für welchen Dämpfungswert a^* die Bandbreite definiert ist, solange a^* nur betragsmäßig kleiner ist als der Betrag der Maximal- bzw. Minimaldämpfung und dasselbe Vorzeichen besitzt wie diese. Die Regel ist auch gültig für die effektive Bandbreite (Rauschbandbreite) des Teilentzerrers.

Die Dämpfungscharakteristik der TUF verfügt also über die Eigenschaft, bei Änderung der Mittenfrequenz Ω_0 auf logarithmischem Frequenzmaßstab ihre Symmetrieeigenschaft bezüglich $\Omega = \Omega_0$ und auf linearem Frequenzmaßstab ihre Bandbreite für jeden beliebigen Dämpfungswert beizubehalten.

Betrachtet sei nun die Gruppenlaufzeit einer TUF, für welche nach Gl. 4.14 und 4.18 gilt

$$T_T(\Omega) = - \frac{a_1(\Omega^2 + \Omega_0^2)}{(\Omega^2 - \Omega_0^2)^2 + a_1^2 \Omega^2} + \frac{b_1(\Omega^2 + \Omega_0^2)}{(\Omega^2 - \Omega_0^2)^2 + b_1^2 \Omega^2} \quad (4.29)$$

Hier ist

$$\left. \begin{aligned} T_T(0) &= -\frac{a_1}{\Omega_0^2} + \frac{b_1}{\Omega_0^2} = \frac{-a_1 + b_1}{\Omega_0^2} \\ \text{und} \\ T_T(\infty) &= 0. \end{aligned} \right\} (4.30)$$

Wie in Kapitel 4.2 gezeigt wurde, bildet sich im Allpaßfall $|a_1| = |b_1|$ nur ein Laufzeitmaximum aus. Dies gilt auch dann noch, wenn $|a_1|$ und $|b_1|$ nicht stark voneinander abweichen. Diese Voraussetzung ist bei den Teilentzerrern deshalb allgemein gegeben, weil der Beitrag eines Teilentzerrers zur Dämpfungs-Feinentzerrung maximal einige Dezineper beträgt und für das Dämpfungsmaximum bzw. -minimum gemäß Gl. 4.22

$$a_M = \ln \left| \frac{b_1}{a_1} \right|$$

gilt. Die allgemeine Form der Gruppenlaufzeitkurve zeigt dann Abb. 4.7.

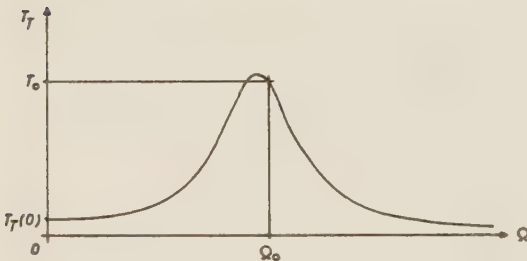


Abb. 4.7
Gruppenlaufzeit-
verhalten einer
TÜF

Die Kurve hat wie die Dämpfungskurve (Abb. 4.4) einen glockenförmigen Verlauf, sie kann aber nur positive Werte aufweisen. Darüber hinaus ist $T_T(0) \neq 0$, die Tangente ist in diesem Punkt waagrecht, was der Abb. 4.3 aus Symmetriegründen leicht entnommen werden kann. Ein weiterer Unterschied zum Dämpfungsverlauf besteht darin, daß das Maximum der Laufzeitkurve nicht genau auf der Frequenz Ω_0 , sondern, wie sich zeigen wird, stets unterhalb dieser

Frequenz liegt.

Für den Wert der Gruppenlaufzeit bei $\Omega = \Omega_0$ ergibt sich der Laufzeitwert

$$T_0 = T_T(\Omega_0) = 2 \left(-\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} \right) . \quad (4.31)$$

Errechnet man aus Gl. 4.29 die erste Ableitung nach der normierten Frequenz, so ergibt sich

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\Omega} T_T(\Omega) &= \frac{d^2}{d\Omega^2} b_T(\Omega) \\ &= \frac{2b_1\Omega [(\Omega^2 - \Omega_0^2)^2 + b_1^2\Omega^2] - b_1(\Omega^2 + \Omega_0^2) [2(\Omega^2 - \Omega_0^2)2\Omega + 2b_1^2\Omega]}{[(\Omega^2 - \Omega_0^2)^2 + b_1^2\Omega^2]^2} \\ &= \frac{2a_1\Omega [(\Omega^2 - \Omega_0^2)^2 + a_1^2\Omega^2] - a_1(\Omega^2 + \Omega_0^2) [2(\Omega^2 - \Omega_0^2)2\Omega + 2a_1^2\Omega]}{[(\Omega^2 - \Omega_0^2)^2 + a_1^2\Omega^2]^2} \end{aligned}$$

und speziell an der Stelle $\Omega = \Omega_0$

$$\left. \frac{d}{d\Omega} T_T(\Omega) \right|_{\Omega = \Omega_0} = -\frac{2}{\Omega_0} \left(-\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} \right) = -\frac{T_0}{\Omega_0} . \quad (4.32)$$

Hieraus folgt die

Tangentenregel für das Gruppenlaufzeitverhalten einer TUF (s. Abb. 4.8):

Die Tangente an die Gruppenlaufzeitkurve bei der Frequenz $\Omega = \Omega_0$ schneidet die Frequenzachse bei $\Omega = 2\Omega_0$.

Diese Regel gilt natürlich auch für den Sonderfall

$$-a_1 = b_1 ,$$

d.h. für den Allpaß. Sie wird in der einschlägigen

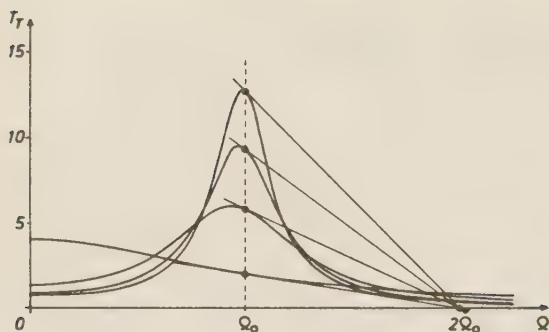


Abb. 4.8
Tangentenregel
für das Gruppen-
laufzeitverhal-
ten einer TUF

Literatur über Allpässe nirgends erwähnt, obwohl sie doch eine sehr charakteristische Eigenschaft der Laufzeitkurve darstellt. Man kann der Regel entnehmen, daß sich das Maximum umso weiter von $\Omega = \Omega_0$ nach tieferen Frequenzen hin verschiebt, je flacher die Laufzeitkurve, also je kleiner T_0 gewählt wird. Diese Eigenschaft wirkt sich beim Handabgleich von Entzerrern oft unliebsam aus.

Eine bekannte Eigenschaft von Allpaß-Gruppenlaufzeitfunktionen stellt der sogenannte Flächensatz dar. Demnach gilt für einen Allpaß n -ter Ordnung [12] für die Fläche unter der Laufzeitkurve $T_G(\Omega)$ für positive Frequenzen

$$F_L^* = \int_0^{\infty} T_G(\Omega) d\Omega = n\pi. \quad (4.33)$$

Unter der Ordnung n des Allpasses wird dabei der Grad der rationalen Übertragungsfunktion verstanden.

Es soll gezeigt werden, daß dieser Satz auch für unsere TUF Gültigkeit besitzt.

Für den Beweis wählt man wieder vorteilhaft die Darstellung der Gruppenlaufzeit nach Gl. 4.17. Greift man die Teilfunktion $T_{T1}(\Omega)$ heraus, so gilt

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} T_{T1}(\Omega) d\Omega &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{-\frac{a_1}{2}}{\left(\frac{a_1}{2}\right)^2 + \left(\Omega - \sqrt{\Omega_0^2 - \left(\frac{a_1}{2}\right)^2}\right)^2} d\Omega \\ &= \arctg \frac{\Omega - \sqrt{\Omega_0^2 - \left(\frac{a_1}{2}\right)^2}}{-\frac{a_1}{2}} \bigg|_{-\infty}^{+\infty} = \pi . \\ &\hspace{15em} (a_1 < 0) \end{aligned}$$

Damit wird

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} T_T(\Omega) d\Omega &= \int_{-\infty}^{+\infty} [T_{T1}(\Omega) + T_{T1}(-\Omega) + T_{T2}(\Omega) + T_{T2}(-\Omega)] d\Omega \\ &= 4\pi \end{aligned}$$

und aus Symmetriegründen (s. Abb. 4.3)

$$F_L^* = \int_0^{\infty} T_T(\Omega) d\Omega = 2\pi . \quad (4.34)$$

Für praktische Zwecke ist diese Definition der Fläche unter der normierten Laufzeit und über der normierten Frequenz nicht sehr geeignet, da Meßkurven in echter Gruppenlaufzeit (z.B. in ms) über der echten Frequenz (z.B. in kHz) abgetragen werden.

Stell man sich die Fläche F_L^* als Rechteck mit den Seitenlängen ΔT_0 und $\Delta \Omega_0$ vor, so ist

$$F_L^* = \Delta T_0 \Delta \Omega_0$$

und mit

$$\Delta T_0 = \omega_n \Delta t_0 \quad , \quad \Delta \Omega_0 = \frac{\Delta f_0}{f_n}$$

wird

$$F_L^* = \omega_n \Delta t_0 \frac{\Delta f_0}{f_n} = 2\pi \Delta t_0 \Delta f_0 .$$

Nennt man jetzt

$$F_L = \int_0^{\infty} t_T(f) df = \Delta t_0 \Delta f_0 \quad (4.35)$$

die Laufzeitfläche der TUF, so gilt

$$F_L^* = 2\pi F_L = 2\pi ,$$

also

$$F_L = 1 . \quad (4.36)$$

Somit lautet die

Flächenregel für das Gruppenlaufzeitverhalten einer TUF
(s. Abb. 4.9):

Die Fläche, die von der Gruppenlaufzeitkurve und der positiven Frequenzachse begrenzt wird, ist gleich 1.

Eine TUF besitzt also unabhängig von der Wahl ihrer freien Parameter eine Laufzeitfläche, die einem Rechteck mit der Breite 1 kHz und der Höhe 1 ms entspricht.

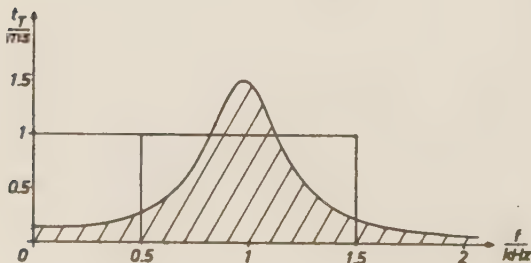


Abb. 4.9
Flächenregel für
das Gruppenlauf-
zeitverhalten
einer TUF

Diese Flächenregel erlaubt es, den erforderlichen Aufwand für die Entzerrung eines Kanals bei bekanntem Laufzeitverhalten grob abzuschätzen. Da die Gruppenlaufzeit eines Entzerrers in Allpaßschaltung nur positiver Werte fähig ist, kann die Entzerrung eines Kanals nur durch Auffüllen der Kanallaufzeit auf einen konstanten Frequenzgang erfolgen, damit ist natürlich eine (für die Übertragungseigenschaften unschädliche) Erhöhung der Grundlaufzeit verknüpft. Die für diese Auffüllung erforderliche Laufzeitfläche F_A ist nun ein Maß für den erforderlichen Entzerreraufwand, Abb. 4.10.

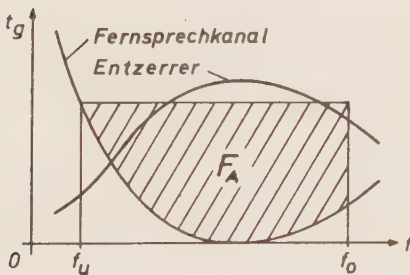


Abb. 4.10
Aufzufüllende Laufzeitfläche F_A einer Kanalverzerrung $f_u \dots f_o$ Frequenzbereich, für welchen eine Laufzeitvorschrift besteht

F_A ist, da ein Teilentzerrer stets die Fläche 1 besitzt, gleich der Mindestanzahl der erforderlichen Teilentzerrer. Wegen der strengen Bindung des Laufzeitverhaltens eines Teilentzerrers an die Gruppenlaufzeitfunktion nach Gl.4.29 wird stets ein Teil der Fläche außerhalb des interessierenden Frequenzbandes liegen und deshalb zur Entzerrung nicht beitragen können. Man kann daher von einem Wirkungsgrad der Entzerrung sprechen, der dadurch definiert ist, daß man die erforderliche Laufzeitfläche zu der tatsächlich aufgewendeten Fläche ins Verhältnis setzt, wobei letztere gleich der Zahl n der verwendeten Teilentzerrer ist:

$$W = \frac{F_A}{n} \quad (4.37)$$

Verfügt man über einen Erfahrungswert für W , kann aus F_A leicht der Entzerreraufwand, d.h. die Anzahl der benötigten Teilentzerrer mittels der Beziehung

$$n \approx \frac{F_A}{W} \quad (4.38)$$

abgeschätzt werden.

4.4 Wechselbeziehungen zwischen der Dämpfung und der Gruppenlaufzeit einer Teilentzerrer-Übertragungsfunktion. Definition verschiedener Teilentzerrerklassen

Sieht man von dem unbedeutenden konstanten Faktor K ab, so ist die Grundform der TUF nach Gl. 4.19

$$H_T(p) = \frac{\Omega_0^2 + a_1 p + p^2}{\Omega_0^2 + b_1 p + p^2}$$

Die Funktion besitzt die drei freien Parameter Ω_0 , a_1 und b_1 , wobei

$$a_1 < 0, \quad b_1 > 0$$

zu wählen ist.

Der Parameter Ω_0 dient zur Festlegung der Lage des Maximums bzw. Minimums des Dämpfungsverlaufs und gleichzeitig des Maximums der Gruppenlaufzeitkurve, wobei letzteres aber gemäß der Tangentenregel stets unterhalb Ω_0 zu liegen kommt. Für die weitere Beeinflussung des Dämpfungs- und Gruppenlaufzeitganges verbleiben die beiden reellwertigen Parameter a_1 und b_1 mit den obenerwähnten Einschränkungen ihres Zahlenbereichs. Aus ihnen errechnet

sich die Maximal- bzw. Minimaldämpfung zu

$$a_M = a_T(\Omega_0) = \ln \frac{b_1}{-a_1}$$

und die normierte Gruppenlaufzeit bei der normierten Frequenz Ω_0 zu

$$T_0 = T_T(\Omega_0) = 2 \left(-\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} \right),$$

vgl. Gl. 4.22 und Gl. 4.31.

Durch obige Beziehungen lassen sich a_1 und b_1 in a_M und T_0 ausdrücken. Es wird

$$a_1 = -\frac{2}{T_0} (1 + e^{-a_M}) \quad (4.39)$$

und

$$b_1 = \frac{2}{T_0} (1 + e^{a_M}) \quad (4.40)$$

Somit lautet die TUF

$$H_T(p) = \frac{\Omega_0^2 - \frac{2}{T_0} (1 + e^{-a_M}) p + p^2}{\Omega_0^2 + \frac{2}{T_0} (1 + e^{a_M}) p + p^2}, \quad (4.41)$$

siehe dazu die Abb. 4.4 und 4.7.

Bei der Entzerrung eines Fernsprechkanales wird nun in der Praxis so vorgegangen, daß zunächst

$$a_1 = -b_1$$

gewählt wird, d.h.

$$a_M = 0 \quad (\text{Allpaßverhalten}).$$

Durch gleichzeitige Änderung der Parameter a_1 und b_1 mittels geeigneter Schaltelemente unter Beibehaltung der Eigenschaft $a_1 = -b_1$ erfolgt nun zunächst die Entzerrung der Gruppenlaufzeit, eine zusätzliche Dämpfungsverzerrung zur Verzerrung im Kanal tritt dabei nicht auf. Erst nach dem Laufzeitabgleich folgt als zweiter Schritt die Dämpfungsentzerrung. Bei diesem Schritt soll nun die bereits erreichte Entzerrung der Gruppenlaufzeit rückwirkend möglichst wenig beeinflusst werden.

Die Frequenz Ω_0 ist im allgemeinen für jeden Teilentzerrer festgelegt, wobei eine gleichmäßige Verteilung der Frequenzlage der einzelnen Teilentzerrer über den ganzen interessierenden Frequenzbereich des Fernsprechkanaals üblich ist. Eine freie Wahl von Ω_0 wäre aufwendig und der Abgleichvorgang von Hand würde sehr erschwert, ohne daß dadurch erfahrungsgemäß die Güte der Entzerrung wesentlich verbessert werden könnte.

Bezüglich des ersten Abgleichschrittes, also bezüglich des Laufzeitabgleichs bei Allpaßeigenschaft sämtlicher Teilentzerrer, besteht kein Unterschied zwischen den verschiedenen marktgängigen Entzerrern. Die Unterschiede zwischen den bei diesen Geräten zur Anwendung kommenden Teilentzerrerschaltungen machen sich erst im zweiten Schritt bemerkbar, nämlich durch die unterschiedlich starke Rückwirkung des Dämpfungsabgleichs auf die Gruppenlaufzeit.

Für den Dämpfungsabgleich gibt es offensichtlich drei prinzipielle Möglichkeiten: Man kann nur a_1 , nur b_1 oder aber a_1 und b_1 gleichzeitig aber in unterschiedlichem Maß ändern. Eine systematische Untersuchung der bekannten Entzerrerschaltungen ergab in dieser Beziehung zwei verschiedene Klassen:

Klasse 1: Die Dämpfungseinstellung erfolgt durch ausschließliche Änderung von a_1 oder von b_1 .

Klasse 2: Die Dämpfungseinstellung erfolgt durch gleichzeitige Änderung von a_1 und von b_1 ,

wobei die Beziehung

$$-a_1 + b_1 = \text{const.}$$

gilt.

Von der Vielzahl bekannter, mehr oder weniger aufwendiger Schaltungen sei für jede Klasse ein Beispiel angeführt.

Die Abb. 4.11 zeigt eine Schaltung der Klasse 1.

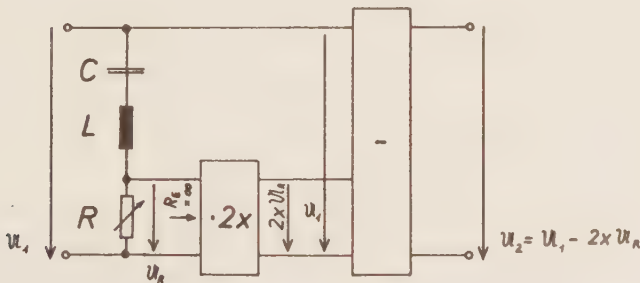


Abb. 4.11 Bekannte Teilentzerrerschaltung der Klasse 1

Die Multiplikation der Spannung u_R mit dem (einstellbaren) reellen und positiven Faktor $2x$ sowie die Subtraktion der Spannungen u_1 und $2x u_R$ können durch Verstärkerschaltungen leicht realisiert werden. Hier tragen also aktive Bausteine zur Bildung der Übertragungsfunktion bei. Die subtrahierende Ausgangsschaltung (Differenzverstärker) kann bei dieser Teilentzerrerschaltung gleichzeitig die Aufgabe der Entkopplung vom nachfolgenden Teilentzerrer übernehmen.

Die Analyse der Schaltung ergibt als Übertragungsfunktion

$$\begin{aligned}
 H_T(p) &= \frac{u_2}{u_1} \bigg|_{j\Omega=p} = \frac{\Omega_o^2 + (1-2x) \frac{R}{\omega_n L} p + p^2}{\Omega_o^2 + \frac{R}{\omega_n L} p + p^2} \\
 &= \frac{\Omega_o^2 + a_1 p + p^2}{\Omega_o^2 + b_1 p + p^2} .
 \end{aligned}$$

Hierbei ist $\Omega_o = \frac{\omega_o}{\omega_n}$ und $\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, wobei ω_n eine beliebige normierende Kreisfrequenz ist.

Es gilt durch Koeffizientenvergleich

$$a_1 = (1 - 2x) \frac{R}{\omega_n L}$$

$$b_1 = \frac{R}{\omega_n L} .$$

Für $x = 1$ wird $a_1 = -b_1$ (Allpaßverhalten), bei dieser Einstellung kann im ersten Abgleichschritt die Gruppenlaufzeit durch Variation des Widerstandes R eingestellt werden, ohne daß eine Dämpfungsverzerrung durch die Teilentzerrer auftritt. Für den zweiten Abgleichschritt, nämlich den Dämpfungsabgleich, verbleibt noch die Variation von x , wobei nur noch der Parameter a_1 eine Änderung erfährt, dies ist aber gerade die Eigenschaft der Teilentzerrer der Klasse 1.

In Abb. 4.12 ist eine häufig angewendete Schaltung der Klasse 2 dargestellt.

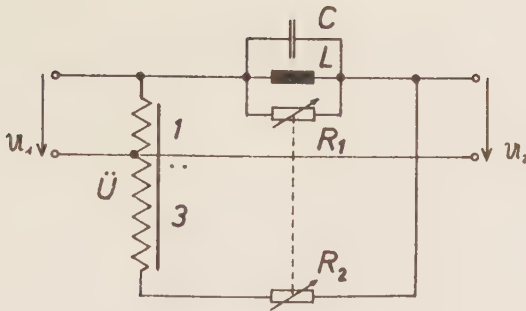


Abb. 4.12 Bekannte Teilentzerrerschaltung der Klasse 2

Diese Schaltung enthält ausschließlich passive frequenzgangbestimmende Schaltelemente; es werden nur zur Entkopp-
lung der einzelnen Teilentzerrer aktive Bauelemente benö-
tigt.

Hier ergibt die Analyse der Schaltung

$$\begin{aligned}
 H_T(p) &= \frac{u_2}{u_1} \Big|_{j\Omega=p} = \frac{\Omega_o^2 + \left(\frac{1}{R_1} - \frac{3}{R_2}\right) \frac{1}{\omega_n C} p + p^2}{\Omega_o^2 + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \frac{1}{\omega_n C} p + p^2} \\
 &= \frac{\Omega_o^2 + a_1 p + p^2}{\Omega_o^2 + b_1 p + p^2}
 \end{aligned}$$

ω_n ist wieder eine normierende Kreisfrequenz, ferner ist

$$\Omega_o = \frac{\omega_o}{\omega_n} \quad \text{und} \quad \omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Es gilt

$$a_1 = \left(\frac{1}{R_1} - \frac{3}{R_2} \right) \frac{1}{\omega_n C}$$

$$b_1 = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \frac{1}{\omega_n C}.$$

Das Allpaßverhalten wird hier für $R_1 = R_2$ erreicht, dann ist nämlich

$$-a_1 = b_1 = \frac{2}{R_1} \cdot \frac{1}{\omega_n C}.$$

Die Laufzeiteinstellung kann also durch gleichzeitige Änderung der Widerstände R_1 und R_2 erfolgen, wobei beide so gekoppelt sein müssen, daß sie stets denselben Widerstandswert aufweisen. Für den anschließenden Dämpfungsabgleich kann nun einer der beiden Widerstände herangezogen werden, während der andere seinen Wert beibehält. Es zeigt sich, daß die Änderung von R_1 eine wesentlich geringere Rückwirkung auf die Gruppenlaufzeit besitzt als die Änderung von R_2 . Man zieht daher das erstere Verfahren vor, wobei gilt

$$-a_1 + b_1 = \frac{4}{R_2} \frac{1}{\omega_n C} \neq f(R_1),$$

d.h. der Teilentzerrer gehört der Klasse 2 an.

Eine Analyse der vielfältigen Teilentzerrerschaltungen, die aus der Literatur bekannt sind oder bei auf dem Markt erhältlichen Entzerrern Anwendung finden, ergab, daß sie durchweg einer der beiden oben definierten Klassen zugeordnet werden können. Dies gilt für passive und aktive Teilentzerrer, wobei unter passiven Schaltungen solche verstanden werden sollen, die aktive Schaltelemente ausschließlich zur Entkopplung von den anderen Teilentzerrern enthalten, während

bei aktiven Schaltungen die aktiven Elemente bei der Bildung der Übertragungsfunktion beteiligt sind. In diesem Sinn ist von den oben angeführten Beispielen das erstere ein aktiver, das zweite dagegen ein passiver Teilentzerrer.

Bevor die Abhängigkeit zwischen der Laufzeit und der Dämpfung bei den bekannten Teilentzerrerklassen näher untersucht wird, soll eine weitere, neuartige Klasse eingeführt werden, die bezüglich dieser Abhängigkeit eine wesentliche Verbesserung darstellt.

Sie habe die folgende Eigenschaft:

Klasse 3: Die Dämpfungseinstellung erfolgt durch gleichzeitige Änderung von a_1 und b_1 , wobei die Beziehung

$$-\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} = \text{const.}$$

gilt.

Daß es eine zugehörige Schaltung gibt, die diese Eigenschaft aufweist, soll in Kapitel 4.5 gezeigt werden.

Teilentzerrer der Klasse 1

Charakteristisch für diese Entzerrerkategorie ist für die Dämpfungseinstellung die Eigenschaft

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = \text{const.} \\ \text{oder aber } b_1 = \text{const.} \end{array} \right\} \quad (4.42)$$

Man wird der Eigenschaft $b_1 = \text{const.}$ den Vorzug geben, da hier bei der Wahl kleiner Werte von b_1 nicht die Gefahr der Instabilität der Schaltung entsteht, wie dies für betragsmäßig kleine a_1 -Werte der Fall ist. Da sich die Eigenschaften dieser beiden möglichen Verfahren weitgehend ent-

sprechen, soll nur der Fall $b_1 = \text{const.}$ betrachtet werden.

Für die Untersuchung der Wechselbeziehungen zwischen Dämpfungs- und Laufzeitabgleich der Schaltung empfiehlt es sich, die Parameter a_1 und b_1 der Übertragungsfunktion durch die Größen a_M und T_{0AP} auszudrücken.

Hierbei ist

$$a_M = a_T(\Omega_0) = \ln \frac{b_1}{-a_1}$$

der Extremwert der Dämpfungskurve und

$$T_{0AP} = T_T(\Omega_0) \Big|_{a_1 = -b_1} = 2 \left(-\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} \right) \Big|_{a_1 = -b_1} = \frac{-4}{a_1} = \frac{4}{b_1}$$

der Wert der Gruppenlaufzeit bei der normierten Frequenz Ω_0 bei A l l p a ß v e r h a l t e n des Teilentzerrers, also bei $a_M = 0$.

Bei der Klasse 1 gilt nun für die Dämpfungseinstellung $b_1 = \text{const.}$, d.h. es ist

$$b_1 = \frac{4}{T_{0AP}}, \quad (4.43)$$

und mit

$$e^{a_M} = -\frac{b_1}{a_1}$$

wird

$$a_1 = -\frac{4}{T_{0AP}} e^{-a_M}. \quad (4.44)$$

Somit erhält die Übertragungsfunktion die Form

$$H_T(p) = \frac{\Omega_0^2 - \frac{4}{T_{0AP}} e^{-a_M} \cdot p + p^2}{\Omega_0^2 + \frac{4}{T_{0AP}} \cdot p + p^2} \quad (4.45)$$

Diese Darstellung erlaubt es, beim Teilentzerrer die Einstellung der Gruppenlaufzeit zu eichen, wobei der Laufzeitwert gültig ist für den Allpaßfall $q_M = 0$ und bei der dem Entzerrer zugeordneten Frequenz Ω_0 . Entsprechend kann die Dämpfungseinstellung durch den Extremwert q_M der Dämpfung bei der Frequenz Ω_0 geeicht werden. Dazu ist allerdings erforderlich, daß T_{0AP} und q_M bei der verwendeten Schaltung an getrennten Schaltelementen einstellbar sind.

Für den Verlauf der Dämpfung und Gruppenlaufzeit des Teilentzerrers für beliebige Einstellungen T_{0AP} und q_M gelten die Gl. 4.20 und 4.29 jetzt in Verbindung mit den Gl. 4.43 und 4.44.

Für eine bestimmte Frequenzlage Ω_0 des Teilentzerrers und bei gleicher Einstellung der Laufzeit T_{0AP} bei $q_M = 0$ ist die Gruppenlaufzeitkurve unabhängig von der Klasse des Entzerrers. Die verschiedenen Klassen unterscheiden sich lediglich in der Rückwirkung einer Dämpfungseinstellung $q_M \neq 0$ auf den Frequenzgang der Gruppenlaufzeit und in der Bandbreite der Dämpfungskurven, da die Wahl von q_M ja nur den Extremwert der Dämpfung festlegt.

Die Abb. 4.13 zeigt die Rückwirkung einer Dämpfungseinstellung mit den Stufen

$$q_M = -1.0/-0.9/\dots-0.1/0/0.1/\dots0.9/1.0 \text{ Np}$$

auf die Laufzeitcharakteristik bei der Klasse 1. Für dieses Beispiel wurde

$$\Omega_0 = 1$$

und

$$T_{0AP} = T_T(\Omega_0) \Big|_{q_M=0} = 20$$

gewählt. Man sieht, daß die sehr starke Rückwirkung sich namentlich bei der Frequenz $\Omega = \Omega_0 = 1$ auswirkt. Wegen des Flächengesetzes für die Laufzeit muß eine bei Ω_0

erhöhte Laufzeit eine in einem entfernteren Frequenzbereich zu kleine Laufzeit zur Folge haben und umgekehrt.

Die Bandbreite der zugehörigen Dämpfungskurven bei einer beliebigen Dämpfung a^* errechnet sich mit Hilfe der Gl. 4.28 in Verbindung mit Gl. 4.43 und 4.44 zu

$$\Delta\Omega_1 = \frac{4}{T_{0AP}} \cdot e^{-a_M} \sqrt{\frac{-e^{2a^*} + e^{2a_M}}{e^{2a^*} - 1}}$$

oder mit
$$\sqrt{\frac{-e^{2a^*} + e^{2a_M}}{e^{2a^*} - 1}} = e^{\frac{a_M}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\sinh(a_M - a^*)}{\sinh a^*}}$$

zu
$$\Delta\Omega_1 = \frac{4}{T_{0AP}} e^{-\frac{a_M}{2}} \sqrt{\frac{\sinh(a_M - a^*)}{\sinh a^*}} \quad (4.46)$$

Aus dieser Beziehung folgt

$$\Delta\Omega_1(a^*, a_M) \neq \Delta\Omega_1(-a^*, -a_M).$$

Dies ist leicht zu erkennen, da der Wurzelfaktor unverändert bleibt. Daraus folgt, daß die Bandbreiten bei der Wahl von positiven oder negativen Dämpfungswerten a_M unterschiedlich sind.

Die Bandbreite der Dämpfungskurve für

$$a^* = \frac{a_M}{2},$$

d.h. bei der halben Maximal- bzw. Minimdämpfung, ergibt sich zu

$$\Delta\Omega_1 \Big|_{a^* = \frac{a_M}{2}} = \frac{4}{T_{0AP}} e^{-\frac{a_M}{2}}.$$

Teilentzerrer der Klasse 2

Für diese Klasse gilt

$$-a_1 + b_1 = \text{const.} \quad (4.47)$$

Dies bedeutet nach Gl. 4.30, daß der Wert der Gruppenlaufzeit bei der Frequenz $\Omega = 0$

$$T_T(0) = \frac{-a_1 + b_1}{\Omega_0^2}$$

durch die Dämpfungseinstellung nicht verändert wird.

Die Parameter a_1 und b_1 der Übertragungsfunktion ergeben sich aus

$$e^{a_M} = -\frac{b_1}{a_1} \quad \text{und} \quad T_{0AP} = -\frac{4}{a_1} = \frac{4}{b_1} \quad \text{oder} \quad -a_1 + b_1 = \frac{8}{T_{0AP}} = \text{const.}$$

zu

$$a_1 = -\frac{8}{T_{0AP}} \cdot \frac{1}{1 + e^{a_M}} \quad (4.48)$$

und

$$b_1 = \frac{8}{T_{0AP}} \cdot \frac{1}{1 + e^{-a_M}} \quad (4.49)$$

Die Übertragungsfunktion lautet jetzt

$$H_T(p) = \frac{\Omega_0^2 - \frac{8}{T_{0AP}} \cdot \frac{1}{1 + e^{a_M}} \cdot p + p^2}{\Omega_0^2 + \frac{8}{T_{0AP}} \cdot \frac{1}{1 + e^{-a_M}} \cdot p + p^2} \quad (4.50)$$

Die Abb. 4.14 zeigt für diesen Fall die Rückwirkung der Dämpfungseinstellung auf die Laufzeitcharakteristik. Dabei wurden dieselben Verhältnisse zugrunde gelegt wie in Abb. 4.13 für den Fall des Teilentzerrers der Klasse 1.

Ein Vergleich der Kurvenschar der Klasse 2 mit jener der Klasse 1 zeigt eine wesentliche Verringerung der Rückwir-

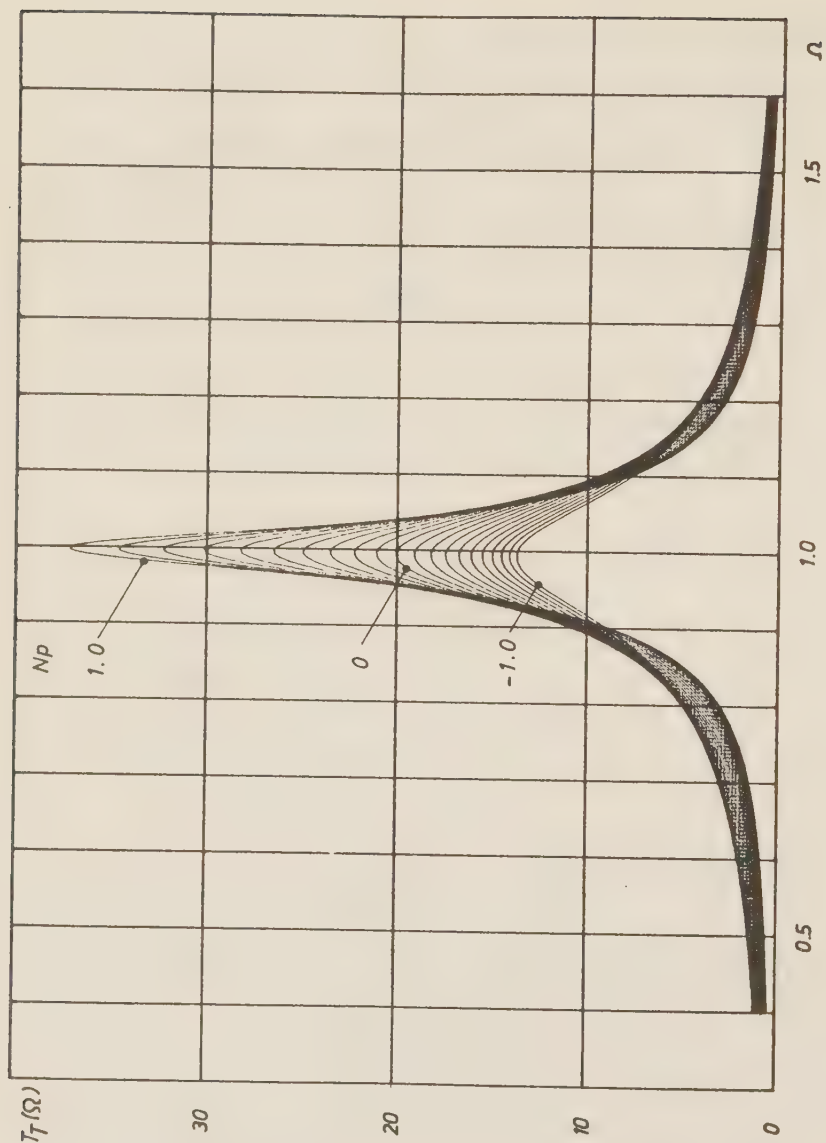


Abb. 4.13 Rückwirkung der Dämpfungseinstellung auf das Gruppenlaufzeitverhalten bei einem Teilentzerrer der Klasse 1
 Dämpfungsstufen: $q_M = -1.0/-0.9/\dots-0.1/0/0.1/\dots0.9/1.0$ Np

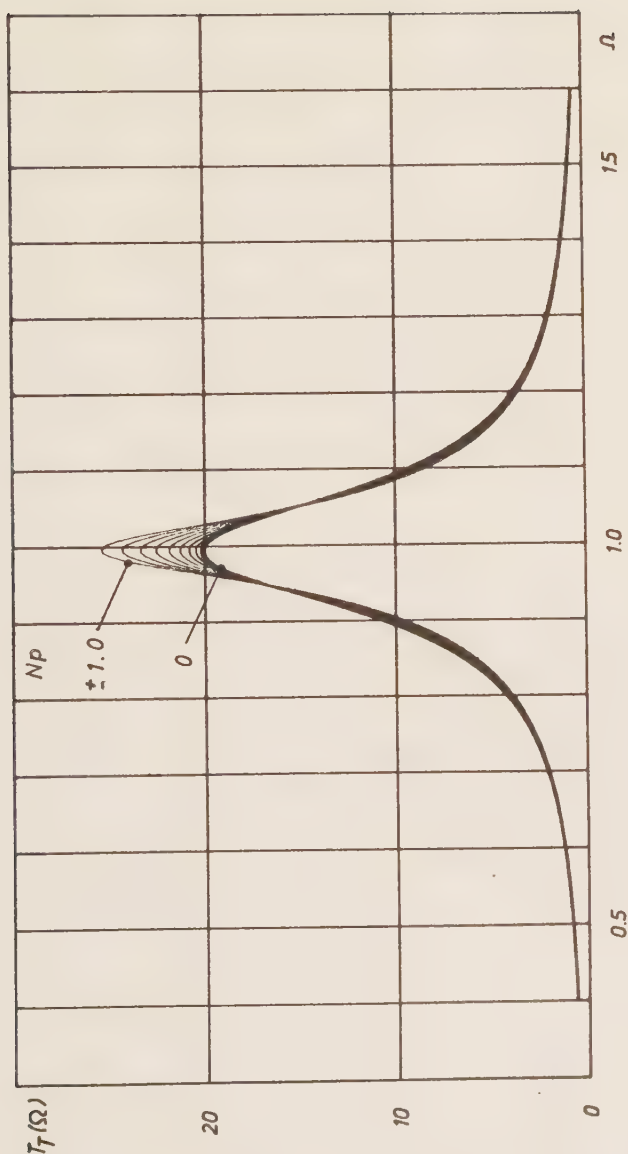


Abb. 4.14 Rückwirkung der Dämpfungseinstellung auf das Gruppenlaufzeitverhalten bei einem Teilentzerrer der Klasse 2
Dämpfungsstufen wie bei Abb. 4.13

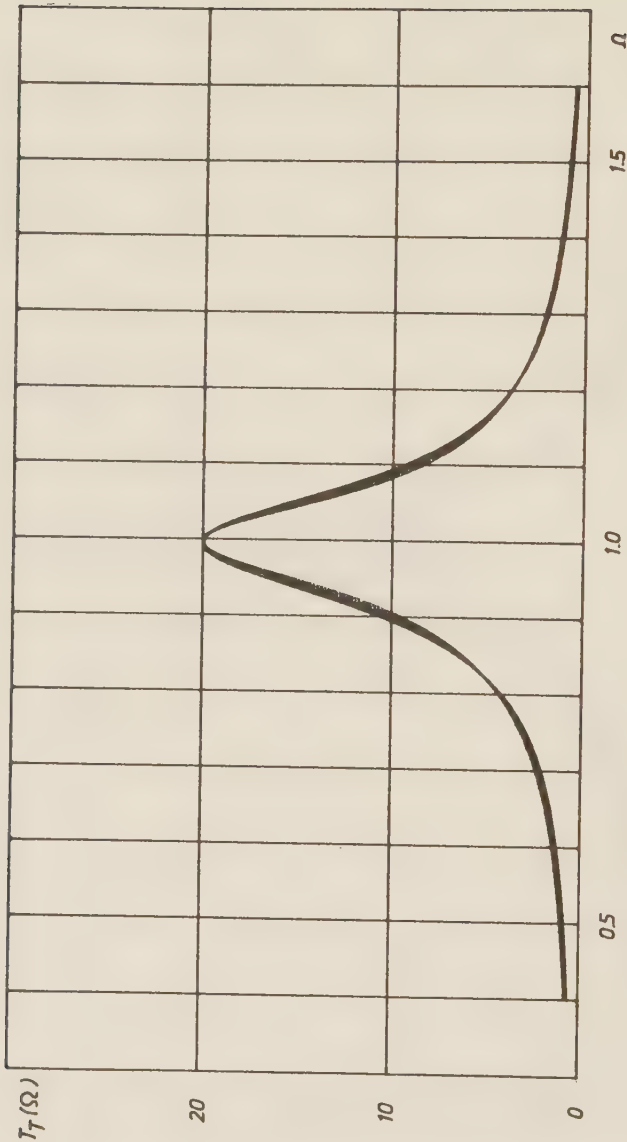


Abb. 4.15 Rückwirkung der Dämpfungseinstellung auf das Gruppenlaufzeitverhalten bei einem Teilentzerrer der Klasse 3
Dämpfungsstufen wie bei Abb. 4.13

kung der Dämpfungseinstellung auf die Laufzeitkurve. Bei der Klasse 2 ist die Rückwirkung dieselbe für positive und negative Dämpfungswerte a_M , dies ist Gl. 4.29 leicht zu entnehmen, wenn man gemäß Gl. 4.48 und 4.49 beachtet, daß für $a_M' = -a_M$

$$a_1' = -b_1$$

$$\text{und } b_1' = -a_1 \quad \text{wird.}$$

Die Bandbreite der Dämpfungskurven bei einer Dämpfung a^* ergibt sich bei dieser Teilentzerrerkategorie zu

$$\Delta\Omega_2 = \frac{4}{T_{0AP}} \cdot \frac{1}{\cosh \frac{a_M}{2}} \sqrt{\frac{\sinh(a_M - a^*)}{\sinh a^*}}. \quad (4.51)$$

Hier ist nun

$$\Delta\Omega_2(a^*, a_M) = \Delta\Omega_2(-a^*, -a_M).$$

d.h. in Verbindung mit der Symmetrieregeln für den Dämpfungsverlauf einer TUF folgt daraus, daß die Dämpfungskurven für positives und negatives a_M symmetrisch zur Frequenzachse verlaufen. Diese Eigenschaft ermöglicht es, die Dämpfung eines Teilentzerrers über den gesamten Frequenzbereich durch einen gleichartigen Teilentzerrer aber mit negativer a_M -Einstellung zu kompensieren; dabei addieren sich die Gruppenlaufzeitkurven (inverse Zweitore bezüglich des Dämpfungsverhaltens).

Speziell für

$$a^* = \frac{a_M}{2}$$

wird

$$\Delta\Omega_2 \Big|_{a^* = \frac{a_M}{2}} = \frac{4}{T_{0AP}} \cdot \frac{1}{\cosh \frac{a_M}{2}}. \quad (4.52)$$

Die Bandbreite $\Delta\Omega_2$ der Teilentzerrer der Klasse 2 für beliebige a^* verhält sich zur Bandbreite $\Delta\Omega_1$ der Klasse 1 wie

$$\frac{\Delta\Omega_2}{\Delta\Omega_1} = \frac{e^{a_M}}{1 + e^{a_M}} < 1,$$

d.h. es ist stets $\Delta\Omega_2 < \Delta\Omega_1$. Dies wirkt sich vor allem bei kleinen bzw. negativen Dämpfungswerten a_M aus.

Teilentzerrer der Klasse 3

Diese Klasse ist definiert durch die Beziehung

$$-\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} = \text{const.} \quad (4.53)$$

Das bedeutet nach Gl. 4.31 und 4.32, daß sich

$$T_T(\Omega_0) = T_0 = 2 \left(-\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} \right)$$

und

$$\left. \frac{d}{d\Omega} T_T(\Omega) \right|_{\Omega = \Omega_0} = -\frac{2}{\Omega_0} \left(-\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} \right)$$

bei der Dämpfungseinstellung nicht ändern, d.h. sowohl der Wert der Gruppenlaufzeit bei der Frequenz Ω_0 als auch die Steigung der Gruppenlaufzeitkurve bei dieser Frequenz bleiben unverändert. Nimmt man die (für alle drei Klassen gültige) Flächenregel für die Gruppenlaufzeit hinzu, so wird deutlich, daß die Laufzeitkurve bei dieser Teilentzerrerkategorie sehr starken Bindungen unterliegt, die unabhängig von der gewählten Dämpfungseinstellung sind.

Für die Parameter a_1 und b_1 der Übertragungsfunktion gilt hier

$$e^{a_M} = -\frac{b_1}{a_1} \quad \text{und} \quad T_{0AP} = 2 \left(-\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} \right) = \text{const.},$$

daraus folgt

$$a_1 = -\frac{2}{T_{0AP}} (1 + e^{-a_M}) \quad (4.54)$$

und

$$b_1 = \frac{2}{T_{oAP}} (1 + e^{a_M}) , \quad (4.55)$$

die Übertragungsfunktion wird von der Form

$$H_T(p) = \frac{\Omega_o^2 - \frac{2}{T_{oAP}} (1 + e^{-a_M}) \cdot p + p^2}{\Omega_o^2 + \frac{2}{T_{oAP}} (1 + e^{a_M}) \cdot p + p^2} \quad (4.56)$$

Aus Abb. 4.15 ist der klare Vorteil ersichtlich, den diese Teilentzerrerkasse bietet im Vergleich zu den Klassen 1 und 2 im Hinblick auf die Rückwirkung der Dämpfungseinstellung auf die Laufzeitcharakteristik. Für die Kurvenschar wurden wieder dieselben Verhältnisse zugrunde gelegt wie bei den vorhergehenden Klassen.

Auch bei der Klasse 3 ist die Rückwirkung auf die Laufzeitkurve für positive und negative a_M -Werte dieselbe, folgt doch aus Gl. 4.54 und 4.55 für $a'_M = -a_M$

$$a'_1 = -b_1$$

$$\text{und} \quad b'_1 = -a_1 ,$$

was in Verbindung mit Gl. 4.29 wieder zu der erwähnten Eigenschaft führt.

Die Bandbreite der Dämpfungskurven ist

$$\Delta\Omega_3 = \frac{4}{T_{oAP}} \cosh \frac{a_M}{2} \sqrt{\frac{\sinh(a_M - a^x)}{\sinh a^x}} . \quad (4.57)$$

Daß auch hier die Dämpfungskurven für positive und negative Werte von a_M symmetrisch zur Frequenzachse verlaufen, wird durch die Beziehung

$$\Delta\Omega_3(a^x, a_M) = \Delta\Omega_3(-a^x, -a_M)$$

bestätigt.

Als Bandbreite bei der Dämpfung

$$a^* = \frac{a_M}{2}$$

ergibt sich

$$\Delta\Omega_3 \Big|_{a^* = \frac{a_M}{2}} = \frac{4}{T_{0AP}} \cosh \frac{a_M}{2} \quad (4.58)$$

Ein Vergleich der Bandbreite für beliebige a^* mit der Bandbreite der Klasse 2 ergibt

$$\frac{\Delta\Omega_3}{\Delta\Omega_2} = \cosh^2 \frac{a_M}{2} \geq 1,$$

d.h. die Dämpfungskurven der Klasse 3 verlaufen für betragsmäßig kleine a_M -Werte nur wenig flacher als die der Klasse 2.

Ein Vergleich mit der Klasse 1 ergibt, daß die Bandbreite der Klasse 3 für beliebiges a^* gerade das arithmetische Mittel der Bandbreiten der Klasse 1 bei positivem und negativem a_M -Wert darstellt:

$$\Delta\Omega_3 = \frac{\Delta\Omega_1(+a_M) + \Delta\Omega_1(-a_M)}{2}.$$

Bei einem Teilentzerrer der Klasse 3 sind die Einstellung der Gruppenlaufzeit $T_T(\Omega_0) = T_0 = T_{0AP}(\Omega_0)$ und die des Extremwertes der Dämpfung $a(\Omega_0) = a_M$ völlig unabhängig voneinander. Voraussetzung dafür ist, daß beide Größen bei der gewählten Schaltung an getrennten Bauelementen einstellbar sind. Eine solche Schaltung wird im nächsten Kapitel beschrieben werden.

4.5 Neuartige Teilentzerrerschaltungen

Für die in Kapitel 4.2 definierte TUF wurde bereits je ein bekanntes Schaltungsbeispiel der Klasse 1 und 2 angegeben. Es sollen nun noch zwei neuartige Schaltungen beschrieben werden, die sich durch ihre spezifischen Vorteile von den bisher bekannten unterscheiden.

Eine Schaltung geringen Aufwandes der Klasse 1

Die erste Schaltung gehört der Klasse 1 an und ist daher vor allem für den rechnerischen Abgleich geeignet. Im folgenden Kapitel wird aber ein Einstellverfahren gezeigt werden, das Schaltungen dieser Klasse unter gewissen Voraussetzungen auch für den manuellen Abgleich geeignet macht.

Die vorliegende Schaltung zeichnet sich in erster Linie durch einen sehr kleinen Schaltungsaufwand aus. Voraussetzung dafür ist nicht nur ein möglichst geringer Aufwand für die Grundschaltung, sehr wichtig ist auch die Art und die Anzahl der für die einstellbaren Dämpfungs- und Laufzeitstufen umzuschaltenden Bauelemente: Optimal ist die Umschaltung von jeweils nur einem Widerstand, da Widerstände mit hoher Genauigkeit lieferbar und dabei preiswert sind. Sie zeichnen sich außerdem durch kleine geometrische Abmessungen aus. Die hier gezeigte Schaltung besitzt darüber hinaus die Eigenschaft, daß positive und negative Werte der Dämpfung durch einen einfachen Umschalter eingestellt werden können, es ist also nicht die doppelte Anzahl von Widerständen dafür erforderlich. Vor allem bei größerer Stufenzahl für die Dämpfungseinstellung wirkt sich dies kostensenkend und raumsparend aus.

Die Abb. 4.16 zeigt die Schaltung des Teilentzerrers^{x)}.

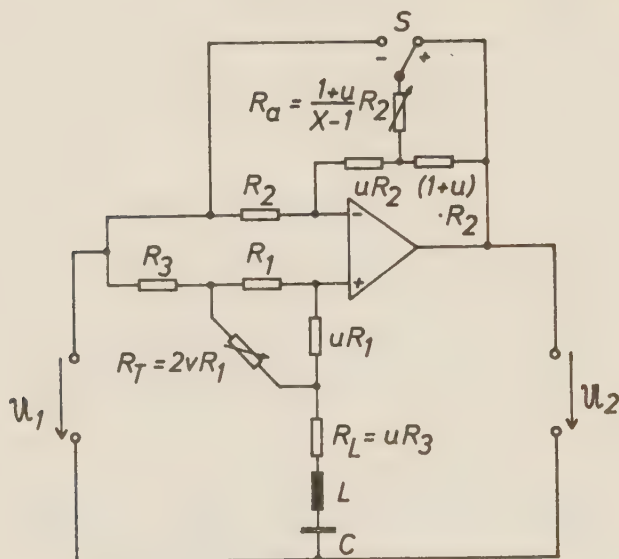


Abb. 4.16 Schaltung eines Teilentzerrers der Klasse 1

Diese Schaltung enthält die geringstmögliche Anzahl an Energiespeichern, nämlich eine Spule und einen Kondensator und nur einen (vorzugsweise in integrierter Schaltung ausgeführten) Verstärker mit invertierendem und nichtinvertierendem Eingang, wobei dieser Verstärker gleichzeitig der Entkopplung der Teilentzerrer untereinander dient. Für die Spule, die man bei preiswerten Schaltungen ja gerne vermeiden möchte, bestehen bei dieser Schaltung besonders leicht realisierbare Bedingungen, auf die später noch näher eingegangen werden soll.

^{x)} Pat. angem.

Die Analyse der Schaltung führt zu der Übertragungsfunktion

$$H_T(p) = \frac{U_2}{U_1} \bigg|_{j\Omega = p} \quad (4.59)$$

$$= \frac{\Omega_0^2 - (1+u) \left(\frac{2v}{1+u+2v} R_1 + R_3 \right) \frac{1}{\omega_n L} p + p^2}{\Omega_0^2 + (1+u) \left(\frac{2v}{1+u+2v} R_1 + R_3 \right) \frac{1}{\omega_n L} p + p^2}$$

Hierbei ist $\Omega_0 = \frac{\omega_0}{\omega_n}$, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ und ω_n eine beliebige normierende Kreisfrequenz.

Ein Koeffizientenvergleich mit der Grundform der TUF der Teilentzerrerkategorie 1 nach Gl. 4.45

$$H_T(p) = \frac{\Omega_0^2 - \frac{4}{T_{oAP}} e^{-a_M} p + p^2}{\Omega_0^2 + \frac{4}{T_{oAP}} p + p^2}$$

ergibt

$$e^{-a_M} = \frac{1}{x}, \quad \underline{a_M = \ln x} \quad (4.60)$$

Ferner ist

$$(1+u) \left(\frac{2v}{1+u+2v} R_1 + R_3 \right) \frac{1}{\omega_n L} = \frac{4}{T_{oAP}}$$

$$T_{oAP} = \frac{4 \omega_n L}{\left(\frac{2v}{1+u+2v} R_1 + R_3 \right) (1+u)}$$

oder

(4.61)

$$t_{oAP} = \frac{T_{oAP}}{\omega_n} = \frac{4L}{\left(\frac{2v}{1+u+2v} R_1 + R_3 \right) (1+u)}$$

Man erkennt, daß a_M allein durch x beeinflußt wird, also durch den Widerstand

$$R_a = \frac{1+u}{x-1} R_2.$$

u ist ein zunächst beliebig großer konstanter, reeller und positiver Parameter, über den erst später verfügt werden soll.

Die oben angegebene Übertragungsfunktion und die davon abgeleitete Beziehung für die Extremdämpfung a_M gilt für die in Abb. 4.16 eingezeichnete Stellung des Schalters S . Die Nachrechnung ergibt, daß ein Umlegen dieses Schalters in die andere Stellung für die TÜF als einzige Auswirkung den Übergang

$$x \rightarrow \frac{1}{x}$$

bzw.

$$a_M \rightarrow -a_M.$$

besitzt, d.h. der Umschalter S dient zur Wahl des Vorzeichens des mittels des Widerstandes R_a eingestellten Dämpfungswertes.

Wegen

$$R_a \geq 0,$$

$$\text{also } x-1 \geq 0, \quad x \geq 1$$

entspricht die eingezeichnete Schalterstellung nach Gl. 4.60 einer positiven Dämpfung.

Die Gruppenlaufzeit t_{oAP} ist nach Gl. 4.61 durch den Parameter v , d.h. also durch den Widerstand

$$R_T = 2vR_I$$

einstellbar.

Aus Gl. 4.61 folgt, daß die Dimensionierung der Bauelemente der einzelnen Teilentzerrer einheitlich erfolgen kann, d.h. unabhängig von der frequenzmäßigen Lage der Teilentzerrer, sofern für alle dieselben Einstellmöglichkeiten für q_M und t_{oAP} vorgesehen werden. Eine Ausnahme bildet nur der Kondensator C , dessen Größe weder auf q_M noch auf t_{oAP} eine Auswirkung besitzt, sondern speziell die Frequenzlage

$$\omega_o = \omega_n \Omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

des jeweiligen Teilentzerrers bestimmt.

Diese Eigenschaft der Schaltung wirkt sich günstig auf die erforderliche Spule aus, da diese ebenfalls für alle Teilentzerrer gleich ausgeführt werden kann, was zu einer Senkung der Herstellkosten führt.

In dieser Hinsicht ist auch bedeutsam, daß die Spule nur einen einfachen Wickel, also keine Anzapfungen besitzt. Darüber hinaus erlaubt es der Widerstand $R_L = uR_3$, den Kupferwiderstand der Spule zu berücksichtigen. Da im interessierenden Frequenzgebiet $< 3,4$ kHz die Verluste von Ferritspulen praktisch ausschließlich durch den Kupferwiderstand des Wickels bestimmt werden (also nicht durch dielektrische oder magnetische Verluste), gestattet der Widerstand R_L die Verwendung auch sehr kleiner Ferritkerne. Die Hauptnachteile von Spulen, nämlich schlechte Güte, teure Herstellung und großer Platzbedarf, können also weitgehend in der Schaltung berücksichtigt bzw. vermieden werden.

Abschließend soll noch untersucht werden, welcher Gesichtspunkt für die Wahl der Größe des Parameters u eine Rolle spielt.

Aus Gl. 4.61 folgt als maximal einstellbare Gruppenlaufzeit t_{oAPmax} für $v = 0$

$$t_{oAPmax} = \frac{4L}{R_3 + uR_3} = \frac{4L}{R_3 + R_L}.$$

Sie wird zunächst durch die Größe des Kupferwiderstandes R_L bestimmt, dieser kann also nicht beliebig hoch gewählt werden. Daneben spielt aber auch die Art der Aufteilung des Spulenwiderstandes in die beiden Faktoren

$$R_L = u \cdot R_3,$$

d.h. also die Wahl des Parameters u eine Rolle.

Für $u = 1$

$$\text{wird } R_L = R_3,$$

$$\text{also } t_{oAPmax} = 2 \frac{L}{R_L}.$$

Dieser Fall ist deshalb vorteilhaft, weil einige Widerstände der Schaltung hierbei denselben Wert annehmen.

Für den theoretischen Grenzfall

$$u \rightarrow \infty \quad (R_3 \rightarrow 0)$$

gilt

$$t_{oAPmax} = 4 \frac{L}{R_L},$$

es kann jetzt die doppelte Laufzeit eingestellt werden wie bei $u = 1$. Der kleinstmögliche Wert von u wird also durch den Kupferwiderstand der Spule und durch die maximal einstellbare Gruppenlaufzeit t_{oAPmax} bestimmt. Anders

betrachtet gilt für den größtmöglichen Spulenwiderstand die Beziehung

$$\frac{L}{R_{Lmax}} \geq \frac{t_{oAPmax}}{4} \quad \text{für } u \rightarrow \infty ,$$

dies kann auch durch die Güte der Spule bei der normierenden Frequenz f_n

$$Q_{f_n} = \frac{\omega_n L}{R_{Lmax}} = \frac{2\pi f_n L}{R_{Lmax}} ,$$

also durch

$$Q_{f_n} \geq \frac{\pi}{2} f_n t_{oAPmax}$$

ausgedrückt werden.

Ein praktisch für die hier behandelten Teilentzerrer in Frage kommender Wert ist

$$t_{oAPmax} = 3ms ,$$

d.h. es wird für $f_n = 1kHz$

$$Q_{1kHz} \geq \frac{\pi}{2} \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \approx 4,7.$$

Dieser Gütewert wird auch von kleinen Spulen noch übertraffen. Man wählt deshalb in der Praxis $u = 1$ und ergänzt den Kupferwiderstand der Spule durch einen Zusatzwiderstand auf den gewünschten Sollwert R_L . Dies führt zu einer Verringerung der durch den Kupferwiderstand der Spule verursachten Temperaturabhängigkeit der Übertragungseigenschaften der Schaltung.

Bei der Wahl kleiner Spulen muß beachtet werden, daß durch das Signal keine Sättigung der Induktion im Ferritkern eintritt. Man vermeidet dies, wenn der Signalpegel am Eingang des Gesamtentzerrers abgesenkt und am Ausgang durch einen Verstärker wieder angehoben wird.

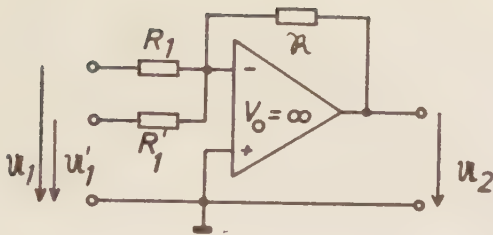
Eine Schaltung der Klasse 3

Die zweite Schaltung, die in diesem Kapitel beschrieben werden soll, besitzt die günstigen Eigenschaften der in Kapitel 4.4 definierten neuen Teilentzerrerkategorie 3. Sie weist bezüglich der zu schaltenden Bauelemente dieselben Vorteile auf wie die obenbeschriebene Schaltung der Klasse 1: Umschaltung von jeweils nur einem Widerstand zur Einstellung von q_M und t_{oAP} , Vorzeichenwahl für die Dämpfung durch einen Umschalter, geringstmögliche Anzahl von Energiespeichern. Der Vorteil der Klasse 3, nämlich die weitgehend voneinander unabhängige Einstellbarkeit des Gruppenlaufzeit- und Dämpfungsverhaltens, muß allerdings durch einen höheren Aufwand bei der Grundschialtung erkauft werden. Bemerkenswert ist, daß Spulen ganz vermieden werden können.

Der Teilentzerrer besteht aus den Grundbausteinen nach Abb. 4.17, nämlich aus Summierern und summierenden Integrierern. Diese Bausteine sind aus der Analogrechnertechnik hinreichend bekannt. Für die Verstärker wurde bei der Analyse der Schaltungen die innere Verstärkung mit

$$V_o = \infty$$

angenommen. Das ist statthaft, da die verfügbaren integrierten Verstärker im in Frage kommenden Frequenzbereich V_o -Werte von mehreren Tausend aufweisen.



Es ist

$$u_2 = -\left(\frac{u_1}{R_1} + \frac{u_1'}{R_1'}\right) R$$

Summierer:

$$R = R$$

Summierender Integrierer:

$$R = \frac{1}{j\omega C}$$

$$u_2 = -\left(\frac{R}{R_1} u_1 + \frac{R}{R_1'} u_1'\right)$$

$$u_2 = -\left(\frac{1}{j\omega C R_1} u_1 + \frac{1}{j\omega C R_1'} u_1'\right)$$

Abb. 4.17 Schaltungsbaustein zum Summieren bzw. Summieren und Integrieren

Die Gesamtschaltung des Teilentzerrers ist in Abb. 4.18 dargestellt^{x)}. Wählt man dabei

$$R_1 = R_3 = R_4 = R_5 = R$$

$$\text{und } C_1 = C_2 = C,$$

was ohne Einschränkung möglich ist, so ergibt sich als Übertragungsfunktion

$$H_T(p) = \frac{u_2}{u_1} \Big|_{j\Omega = p} = - \frac{\Omega_0^2 - \frac{1}{(1-x)\omega_n C R_T} \cdot p + p^2}{\Omega_0^2 + \frac{1}{x\omega_n C R_T} \cdot p + p^2} \quad (4.62)$$

^{x)} Pat. angem.

Dies ist nach Gl. 4.53 das Kriterium für einen Teilentzerrer der Klasse 3, wenn der Parameter x zur Einstellung des Dämpfungswertes a_M der Schaltung verwendet wird.

Ein Koeffizientenvergleich mit der Übertragungsfunktion des Teilentzerrers in der Darstellung von Gl. 4.56

$$H_T(p) = \frac{\Omega_0^2 - \frac{2}{T_{oAP}}(1 + e^{-a_M})p + p^2}{\Omega_0^2 + \frac{2}{T_{oAP}}(1 + e^{a_M})p + p^2}$$

ergibt jetzt wieder unter Beachtung der Forderung $\Omega_0^2 > 0$ (das unterschiedliche Vorzeichen der Gesamtfunktion ist ohne Bedeutung)

$$\frac{1}{1-x} = 1 + e^{-a_M},$$

$$a_M = \ln \frac{1-x}{x} \quad (4.63)$$

und

$$\frac{1}{\omega_n CR_T} = \frac{2}{T_{oAP}}, \quad T_{oAP} = 2\omega_n CR_T$$

oder

$$t_{oAP} = \frac{T_{oAP}}{\omega_n} = 2CR_T. \quad (4.64)$$

Die Frequenzlage Ω_0 des Teilentzerrers wird also durch den Widerstand R_F bestimmt, der weder auf a_M noch auf t_{oAP} einen Einfluß hat. Die Extremdämpfung a_M ist durch das Teilverhältnis $\frac{1-x}{x}$ am Potentiometer P einstellbar, wobei die Umpolung der Eingangsklemmen von P durch den Schalter S zu einer Vorzeichenänderung von a_M führt. Der Schalter ist für den Fall interessant, daß der Teiler nicht durch ein Potentiometer, sondern durch geschaltete Widerstände realisiert wird.

Die Einstellung der Laufzeit t_{oAP} kann mittels R_T erfolgen, wobei die lineare Beziehung den Vorteil hat, daß gleiche Laufzeitstufen zu gleichen Widerstandsstufen, also gleich großen Widerständen führen, falls auch hier der einstellbare Widerstand durch geschaltete Widerstände ersetzt wird.

Die großen Vorzüge dieser Schaltung können dann wirtschaftlich ausgenutzt werden, wenn der Preis der Grundschaltung genügend klein gehalten werden kann. Dafür bestehen in der Zukunft Aussichten, da die gesamte Schaltung mit Ausnahme der veränderbaren Widerstände, des Schalters und eventuell der beiden Kondensatoren für eine integrierte Ausführung geeignet ist.

4.6 Teilentzerrer für den getrennten Grobabgleich der Dämpfung und der Gruppenlaufzeit

Die in der Praxis auftretenden Verzerrungen der Dämpfung und der Gruppenlaufzeit von Fernsprechkkanälen machen es meist erforderlich, verschiedene Typen von Teilentzerrern vorzusehen. Die in den vorangegangenen Kapiteln beschriebenen Teilentzerrer sind für den $F e i n a b g l e i c h$ sowohl der Dämpfung als auch der Laufzeit gedacht. Ihr einstellbarer Dämpfungshub ist aus Gründen der Wirtschaftlichkeit (Zahl der Stufen) bzw. zur Vermeidung starker Rückwirkungen des Dämpfungsabgleichs auf die Gruppenlaufzeit auf einige Dezineper beschränkt. Außerdem wird die Anzahl dieser aufwendigen Teilentzerrer möglichst klein gehalten. Dies hat zur Folge, daß die für den Laufzeitabgleich zur Verfügung stehende Laufzeitfläche bei schlechten Kanälen bzw. hohen Anforderungen nicht ausreichend ist.

Die Entzerrung schlechter Kanäle macht daher eine Vorentzerrung der Dämpfung und der Gruppenlaufzeit notwendig. Sie muß bis zu einer Restverzerrung durchgeführt werden, die von den Feinentzerrern vollends bewältigt werden kann. Leistungsfähige Entzerrer sollten also drei Typen von Teilentzerrern besitzen, nämlich:

- 1.) Teilentzerrer für den Grobabgleich der Gruppenlaufzeit. Sie sollen den Dämpfungsgang des Kanals nicht wesentlich beeinflussen.
- 2.) Teilentzerrer für den Grobabgleich der Dämpfung. Sie sollen den Gruppenlaufzeitgang des Kanals möglichst nicht verschlechtern.
- 3.) Teilentzerrer für den Feinabgleich der Gruppenlaufzeit und der Dämpfung. Hier soll die Einstellung dieser beiden Größen möglichst unabhängig voneinander erfolgen können.

Der letztere Teilentzerrertyp ist bereits ausführlich behandelt worden. Alle drei Typen besitzen eine TUF von der Form

$$H_T(p) = K \frac{\Omega_0^2 + a_1 p + p^2}{\Omega_0^2 + b_1 p + p^2}, \quad b_1 > 0.$$

Die Teilentzerrer für den Grobabgleich der Gruppenlaufzeit unterscheiden sich von den Feinentzerrern für Dämpfung und Gruppenlaufzeit ausschließlich dadurch, daß der Zusammenhang

$$-a_1 = b_1, \text{ also } a_M = \ln \frac{b_1}{-a_1} = 0$$

fest vorgegeben ist: Es ist also keine Dämpfungseinstellung vorgesehen. Sie stellen Allpässe dar und es gilt wie bei den Feinentzerrern

$$a_1 < 0.$$

Die Zahl der erforderlichen Teilentzerrer für den Laufzeit-Grobabgleich muß bei schlechten Kanälen u.U. groß sein. Man kann sie zu fest eingestellten Vorentzerrern zusammenfassen, deren Laufzeitcharakteristik dem komplementären mittleren Frequenzgang der Laufzeit eines Trägerfrequenzabschnittes entspricht. Soll eine individuelle Einstellung der einzelnen Teilentzerrer erfolgen, ist dies wirtschaftlich durch Einklemmen oder Einlöten von Widerständen möglich, also unter Verzicht auf Schalter. Dies setzt aber eine rechnerische Bestimmung dieser Widerstände voraus bzw. einen Bestückungskatalog, dem die Größe der Widerstände in Zuordnung zu vorgegebenen Laufzeit-Kurvenscharen entnommen werden kann. Man wählt diejenige Kurve aus, die der komplementären Kanalverzerrung am nächsten kommt, wobei man absichtlich jedoch eine gewisse Restverzerrung für den nachfolgenden Feinabgleich durch die Feinentzerrer übrigläßt. Wichtig ist bei der Laufzeitvorentzerrung, daß der Gesamthub der Verzerrung im Kanal verringert wird, ohne daß dabei aber eine starke Laufzeitwelligkeit entsteht, die später nur sehr schlecht wieder zu beseitigen ist.

Als Schaltungen für die verwendeten Teilentzerrer kommen alle Entzerrerschaltungen für den Feinabgleich der Laufzeit und Dämpfung in Frage, es entfällt lediglich die Dämpfungseinstellung. Da jetzt die Klasse des Teilentzerrers ihre Bedeutung verliert, wird man natürlich der billigsten Schaltung den Vorzug geben.

Die Teilentzerrer für den Grobabgleich der Dämpfung unterscheiden sich von den Feinentzerrern für Dämpfung und Gruppenlaufzeit durch die Eigenschaft

$$a_1 > 0.$$

Das hat keinerlei Einfluß auf das Dämpfungsverhalten, führt aber zu einem Minimalphasennetzwerk: Die Hälfte der Teilkurven der Gruppenlaufzeit nach Gl. 4.17 und Abb.4.3

wird negativ, nämlich $T_{T1}(\Omega)$ und $T_{T1}(-\Omega)$, dadurch heben sich die Laufzeitanteile der Einzelkurven gegeneinander zu einem gewissen Grad auf; die Laufzeitfläche nach der Definition von Gl. 4.35 wird 0.

Auf Grund der Eigenschaft von Telefonkanälen, daß die hauptsächliche Dämpfungsverzerrung in einem Anstieg der Dämpfung gegen die Kanalgrenzen besteht, kann man sich bei der Dämpfungsgrobentzerrung auf je einen Teilentzerrer am unteren bzw. oberen Kanalende beschränken. Dabei wird jeweils nur die obere bzw. untere Flanke des glockenförmigen Dämpfungsverlaufs für die Entzerrung herangezogen, die andere befindet sich außerhalb des Kanals.

Abb. 4.19 zeigt den Dämpfungsverlauf eines solchen Grobentzerrers am unteren Kanalende bei einer eingestellten Extremdämpfung von $a_M = -1,15 \text{ Np} \hat{=} -10 \text{ dB}$. Aus der gleichfalls abgebildeten Gruppenlaufzeitkurve dieses Teilentzerrers ist der Vorteil des Minimalphasenverhaltens klar zu erkennen.

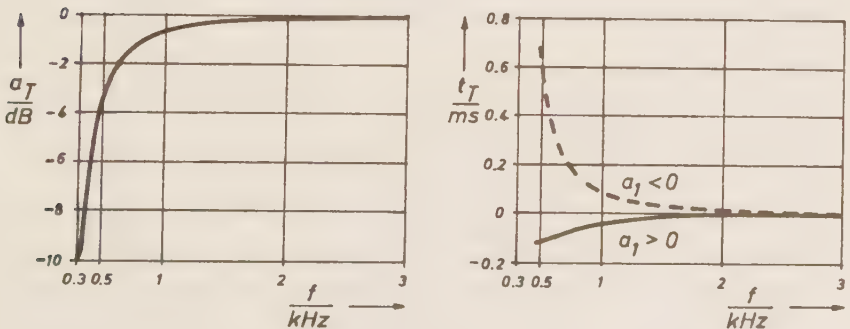


Abb. 4.19 Teilentzerrer für den Amplitudengrobabgleich

Während für $a_1 < 0$ eine Verschlechterung des Laufzeitverhaltens im Kanal in Kauf genommen werden müßte, nämlich ein verstärkter Laufzeitanstieg gegen die Kanalgrenze, weist die Laufzeitkurve der Minimalphasenschaltung mit $a_1 > 0$ bei dem gezeigten Beispiel einen im Gegensatz dazu fallenden, also entzerrenden Frequenzgang auf.

Zu beachten ist, daß sich nicht jede Teilentzerrerschaltung mit $a_1 < 0$ auch für den Minimalphasenfall $a_1 > 0$ eignet. So ist leicht zu erkennen, daß die Schaltung geringen Aufwandes der Klasse 1 nach Abb. 4.16 nicht brauchbar ist, da nach Gl. 4.59 die Forderung

$$\begin{array}{ccc} a_1 > 0 \\ \text{nur durch} & x < 0 & \text{realisiert werden} \end{array}$$

kann.

Das ist nicht möglich, da der Widerstand R_a sonst negative Werte annehmen würde.

Andere bekannte Schaltungen lassen das Minimalphasenverhalten nur für einen begrenzten Größenbereich der Extremdämpfung a_M zu. Geeignet ist dagegen die Schaltung der Klasse 3 nach Abb. 4.18 und zwar nach Entfernen der Phasenumkehrstufe mit Verstärker 4, es bleibt also ein Aufwand von vier Verstärkern zur Realisierung des Amplitudengrobentzerrers.

Eine neuartige Schaltung der Klasse 1 mit nur drei Verstärkern zeigt Abb. 4.20. Sie besitzt die Übertragungsfunktion

$$\begin{aligned} H_T(p) &= \frac{u_2}{u_1} \bigg|_{j\Omega = p} = K \frac{\Omega_0^2 + a_1 p + p^2}{\Omega_0^2 + b_1 p + p^2} \quad (4.65) \\ &= - \frac{\Omega_0^2 + (1+u) \left(\frac{2v}{1+u+2v} R_1 + R_3 \right) \frac{1}{\omega_n L} p + p^2}{\Omega_0^2 + (1+u) \left(\frac{2v}{1+u+2v} R_1 + R_3 \right) \frac{1}{\omega_n L} p + p^2} \end{aligned}$$

mit $\Omega_0 = \frac{\omega_0}{\omega_n}$, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $\omega_n =$ beliebige normierende Kreisfrequenz. $H_T(p)$ stimmt also bis auf die Minimalphaseneigenschaft $a_1 > 0$ mit der TUF des Teilentzerrers von Abb. 4.16 nach Gl. 4.59 überein (vom unbedeutenden Vorzeichen der Gesamtfunktion abgesehen).

Die Klasse des Teilentzerrers ist für die Amplitudengroßentzerrung ohne Bedeutung.

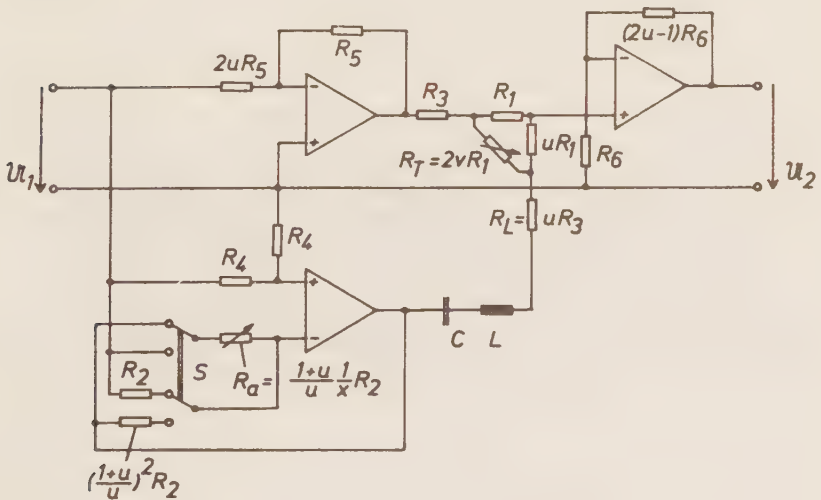


Abb. 4.20 Teilentzerrerschaltung mit Minimalphasenverhalten

Der Abgleich erfolgt durch Wahl der passenden Extremdämpfung a_M und der geeigneten Steilheit der Dämpfungskurve. Letztere wird bestimmt durch die Dämpfungsbandbreite des Teilentzerrers, also durch den Widerstand R_T , dessen Bedeutung bezüglich der Gruppenlaufzeit wegen des Minimalphasenverhaltens der Schaltung verloren gegangen ist.

4.7 Praktischer Aufbau eines Entzerrers der Klasse 1. Abgleichverfahren . Beispiel einer Kanalentzerrung

Die praktische Ausführung eines Entzerrers der Klasse 1 ist in Abb. 4.21 dargestellt. Auf schaltungstechnische Details soll hier nicht näher eingegangen werden, nachdem in den vorangegangenen Kapiteln geeignete Teilentzerrerschaltungen ausführlich beschrieben wurden. Der Entzerr器 besitzt 13 Einschübe, die von links nach rechts durchlaufend nummeriert sind.

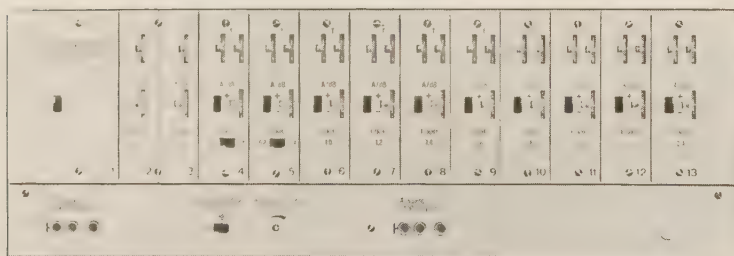


Abb. 4.21 Praktische Ausführung eines Dämpfungs- und Laufzeitentzerrers der Klasse 1

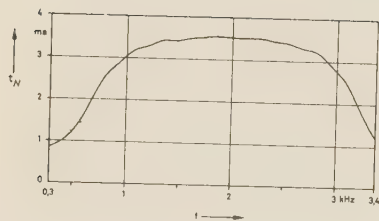
Der E i n s c h u b Nr. 1 stellt den Gruppenlaufzeit-Grobentzerrer dar, er kann mittels eines Schiebeschalters in den Signalweg eingeschaltet ($L = 1$) oder aber überbrückt werden ($L = 0$). Er ist fest verdrahtet, bei einer Laufzeitfläche von der Größe 10 besitzt er einen Frequenzgang der Laufzeit nach Abb. 4.22a. Diese Kurve ist komplementär zur mittleren Verzerrung von ungefähr zwei Trägerfrequenzabschnitten. Die Dämpfungsverzerrung des Einschubs ist gering (Allpaßverhalten).

Die E i n s c h ü b e Nr. 2 und 3 dienen zur Grobentzerrung der Dämpfung. Es sind Minimalphasen-Teilentzerrer mit negativen Dämpfungskurven, deren Minima bei den Frequenzen 0,3 und 3,0 kHz liegen. Die Minimaldämpfung ist einstellbar in 16 Stufen mit den Werten $A = 0 / -1 / -2 / \dots -15$ dB. Ein weiterer Schalter mit den Stellungen $S = 0 / 1 / 2 / \dots 9$ erlaubt die Wahl der Bandbreite der Dämpfungskurven. Dieser Schalter entspricht dem Laufzeitschalter bei Teilentzerrern ohne Minimalphasenverhalten. Da die Bandbreite der Dämpfungskurven selbst nicht von Bedeutung ist (die Hälfte der Dämpfungskurve befindet sich außerhalb des interessierenden Frequenzbereichs), wurde dieser Schalter mit "S" für "Steilheit" beschriftet; das bedeutet aber nicht, daß diese nicht näher definierte Steilheit unabhängig vom gewählten Extremwert der Dämpfung A ist. Für einen konstanten Wert A entsprechen zunehmende S-Werte einer abnehmenden Bandbreite der Dämpfungskurve und somit einem steileren Dämpfungsverlauf in der Nähe der Kanalgrenze.

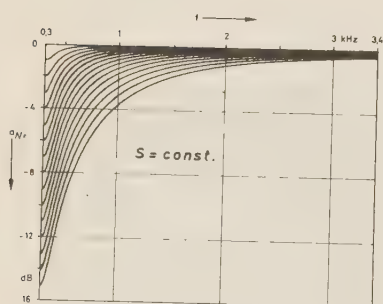
Die Teilentzerrer wurden so dimensioniert, daß die obere Flanke der unteren Dämpfungskurve und die untere Flanke der oberen Dämpfungskurve bei gleicher A- und S-Einstellung und bei logarithmischem Frequenzmaßstab symmetrisch zur geometrischen Mittenfrequenz $\sqrt{0,3 \cdot 3}$ kHz = 0,949 kHz liegen. Aus den Abbildungen 4.22b und 4.22c ist der Dämpfungsverlauf dieser Amplitudengrobentzerrer am Beispiel des Teilentzerrers bei 0,3 kHz ersichtlich. Dabei wurde einmal das Dämpfungsminimum A bei $S = \text{const.}$ und einmal die Steilheit S bei $A = \text{const.}$ variiert.

Die E i n s c h ü b e Nr. 3 b i s 13 sind die Teilentzerrer für den Feinabgleich der Gruppenlaufzeit und der Dämpfung. Ihre (mit F bezeichneten) Nennfrequenzen sind gleichmäßig über den Kanal verteilt, der Frequenzabstand beträgt 200 Hz. Zwei der Teilentzerrer (Einschub Nr.4 und 5) können in ihrer Nennfrequenz wahlweise an das untere oder obere Kanalende gelegt werden. Die Extremwer-

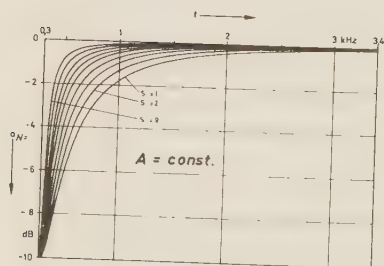
a)



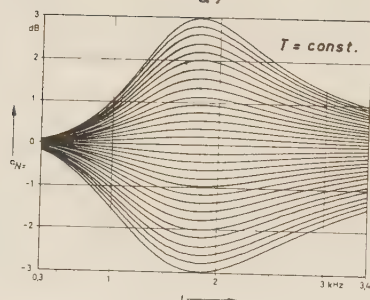
b)



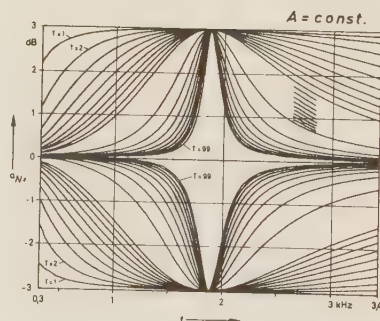
c)



d)



e)



f)

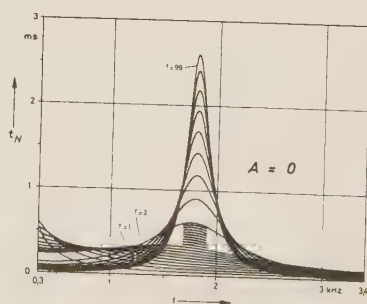


Abb. 4.22 Meßkurven der Nyquist-Mittelwertdämpfung bzw. Nyquistlaufzeit der einzelnen Entzerrereinschübe (Nyquistparameter: $m=0,4/f_S=40$ Hz)

te der Dämpfung sind in 16 Stufen mit den Werten $A = 0/0,2/0,4/ \dots 3,0$ dB einstellbar, ferner erlaubt ein Schiebeschalter die Wahl des Vorzeichens dieser Dämpfungswerte. Die Gruppenlaufzeit kann in zwei Dekaden eingestellt werden, die 100 Stufen besitzen die normierten Werte $T = 0/1/2/ \dots 99$. Die Abb. 4.22d bis 4.22f zeigen das Dämpfungs- und Laufzeitverhalten dieser Einschübe am Beispiel des Teilentzerrers Nr.10 mit $F = 1,8$ kHz bei Variation der Parameter A bzw. T .

Auf die Bedeutung des normierten Laufzeitwertes T muß noch näher eingegangen werden, dies soll an Hand der Teilentzerrerschaltung nach Abb. 4.16 geschehen. Sie besitzt die Übertragungsfunktion nach Gl. 4.59, für die normierte Gruppenlaufzeit bei der Nennfrequenz F gilt also

$$T_0 = 2 \left(-\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} \right) = \frac{4\omega_n L}{\left(\frac{2v}{1+u+2v} R_1 + R_3 \right) (1+u)} \cdot \frac{1+x}{2}$$

$$= \frac{\frac{1+x}{2}}{\frac{1}{\frac{2}{v} \cdot \frac{\omega_n L}{R_1} + \frac{4}{1+u} \cdot \frac{\omega_n L}{R_1}} + \frac{1+u}{4} \cdot \frac{R_3}{\omega_n L}} \quad (4.66)$$

und für den Allpaßfall wird mit $x = 1$

$$T_{0AP} = \frac{1}{\frac{1}{\frac{2}{v} \cdot \frac{\omega_n L}{R_1} + \frac{4}{1+u} \cdot \frac{\omega_n L}{R_1}} + \frac{1+u}{4} \cdot \frac{R_3}{\omega_n L}} \quad (4.67)$$

Letztere Beziehung zeigt, daß eine zwei- oder mehrdekadische Einstellung der normierten Laufzeit T_{0AP} mittels des dabei zu verändernden Widerstandes

$$R_T = 2vR_1$$

nicht möglich ist. Dies ist nur dann (durch eine Reihenschaltung bzw. Parallelschaltung von Widerständen) erreichbar, wenn v bzw. $\frac{1}{v}$ linear mit der Laufzeit verknüpft ist.

Man kann sich nun dadurch helfen, daß man eine normierte Gruppenlaufzeit T definiert, für welche gilt

$$(4.68) \quad T = k \frac{2}{v} \cdot \frac{\omega_n L}{R_1}.$$

Mit dieser Laufzeit T soll nun der Laufzeitschalter des Teilentzerrers beschriftet werden. Mit Gl. 4.68 wird Gl. 4.66 zu

$$(4.69) \quad T_{oAP} = \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{k} T + \frac{1}{T_{oAPmin}}} + \epsilon},$$

dabei ist

$$T_{oAPmin} = \frac{4}{1+u} \cdot \frac{\omega_n L}{R_1 + R_3}, \quad \epsilon = \frac{1+u}{4} \cdot \frac{R_3}{\omega_n L}. \quad (4.70)$$

Die Tatsache, daß die am Schalter einstellbare Laufzeit nicht mehr in streng linearem Zusammenhang mit T_{oAP} steht (dies wäre nur der Fall für $\epsilon = 0$), macht sich dadurch bemerkbar, daß gleiche Stufen am T-Schalter nicht auch gleiche Stufen der normierten Gruppenlaufzeit T_{oAP} bedeuten. Das stört nicht beim Abgleich mit Hilfe eines Rechners und auch nicht beim Handabgleich, wenn ϵ genügend klein gehalten wird. Dies kann dadurch erreicht werden, daß die Güte der verwendeten Spule wesentlich höher gewählt wird, als es eine eindekadische Einstellung der Laufzeit erfordern würde.

Aus Gl. 4.69 folgt ferner, daß für $T = 0$, d.h. für $v = \infty$ bzw. $R_T = \infty$, die normierte Gruppenlaufzeit T_{oAP} die Größe T_{oAPmin} annimmt, die nicht mehr unterschritten werden kann. Man wird T_{oAPmin} so klein, d.h. also R_1 so groß wählen, daß die zu T_{oAPmin} gehörende Laufzeitkurve bereits sehr flach ist und ein Abwandern des Laufzeitmaximums gegen die Frequenz 0 hin aufweist: Diese Kurven sind für den Abgleich nicht mehr von Interesse.

Der Faktor k in Gl. 4.68 dient dazu, der neu definierten und am Entzerrer einstellbaren Laufzeit T die ganzzahli-

gen Werte 0/ 1/ 2/ ... 99 zuzuordnen, die zur Beschriftung des zweidekadischen Schalters besonders geeignet sind.

Der A b g l e i c h des Entzerrers ist, da zur Einstellung der freien Parameter ausschließlich Schalter verwendet werden, mit Hilfe eines Elektronenrechners möglich; dafür geeignete mathematische Iterationsverfahren sollen hier nicht näher untersucht werden ^{x)}. Die Erfahrung zeigt, daß für einen hochwertigen Rechnerabgleich zwei Schritte erforderlich sind, die jeweils aus einer Messung der Kanalverzerrungen und einem Rechengang bestehen. Das hat den Vorteil, daß beim zweiten Schritt, wenn der Kanal also schon ziemlich gut entzerzt ist, die anfänglichen Meßfehler (mangelhafte Meßgenauigkeit bei großen Laufzeitwerten, Nyquistfehler) weitgehend eliminiert werden können.

Beim Abgleich von Hand wird zunächst geprüft, ob die Kanalverzerrung die Einschaltung des Laufzeitgrobentzerrers (Einschub Nr.1) notwendig macht oder nicht. Als Kriterium dafür kann der Anstieg der Gruppenlaufzeit bei der Frequenz 500 Hz bezogen auf das Laufzeitminimum im Kanal dienen. Anschließend erfolgt der Grobabgleich der Dämpfung, d.h. die optimale Wahl der Dämpfungs- und Steilheitseinstellung an den Einschüben Nr.2 und 3. Diese Einstellungen können an Hand eines Wobbelbildes der Kanaldämpfung in relativ kurzer Zeit gefunden werden. Auf ähnliche Weise kann auch der nun folgende Feinabgleich der Gruppenlaufzeit durchgeführt werden, wegen der größeren Anzahl von Feinentzerrern ist dieser Abgleich aber meist recht langwierig.

Einen wesentlich schnelleren Abgleich kann man mit Hilfe eines Gruppenlaufzeit-Meßgerätes erreichen, bei welchem der Unterschied zwischen der Laufzeit bzw. Dämpfung bei einer beliebigen Meßfrequenz und jener bei einer festen

^{x)} Ein FORTRAN-Programm für den rechnerischen Abgleich des in Abb. 4.21 dargestellten Entzerrers wurde am Institut für Allgem. und Theoret. Elektrotechnik, Universität Erlangen erstellt.

Vergleichsfrequenz zur Anzeige kommt [7]. Liegt diese Vergleichsfrequenz innerhalb des Fernsprechanals, so hat dieses Meßverfahren den Vorteil, daß eine Änderung der Grundlaufzeit nicht in das Meßergebnis eingeht, es wird vielmehr während des Abgleichs die gemessene Laufzeit stets auf einen Punkt auf der Laufzeitkurve bezogen. Der Abgleich ist beendet, wenn alle Teilentzerrer bei ihrer Nennfrequenz F den Laufzeitmeßwert 0 aufweisen. Auf ein Wobbeln kann bei diesem Abgleichverfahren verzichtet werden.

Der nachfolgende Feinabgleich der Dämpfung verläuft ähnlich, es können jetzt aber auch negative Dämpfungen eingestellt werden. Bei dem hier beschriebenen Entzerrer der Klasse 1 wird durch diesen Dämpfungsabgleich der an sich bereits abgeschlossene Laufzeitfeinabgleich wieder verschlechtert. Eine Methode, wie diese Rückwirkung nachträglich wieder weitgehend beseitigt werden kann, wird im folgenden beschrieben.

Das Verfahren beruht darauf, daß nach dem Feinabgleich der Dämpfung die beim vorausgegangenen Laufzeitabgleich eingestellten T -Werte aller Teilentzerrer so korrigiert werden, daß die Gruppenlaufzeit bei der jeweiligen Nennfrequenz F wieder den alten Wert für $A = 0$ annimmt.

An einem beliebigen Teilentzerrer ist nach dem Laufzeitabgleich mit $A = 0$ die normierte Gruppenlaufzeit bei der Frequenz F nach Gl. 4.69

$$T_{01} = T_{0AP} = \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{k}T + \frac{1}{T_{0APmin} - \epsilon}} + \epsilon} \quad (4.71)$$

Nach dem darauffolgenden Dämpfungsabgleich und nach der Korrektur von T in $T + \Delta T$ wird unter Beachtung von Gl. 4.66, 4.68 und 4.70

$$T_{02} = \frac{\frac{1+x}{2}}{\frac{1}{\frac{1}{k}(T+\Delta T) + \frac{1}{T_{0APmin}} - \epsilon}} + \epsilon \quad (4.72)$$

Errechnet man aus diesen beiden Beziehungen mittels der Forderung

$$T_{01} = T_{02}$$

die Korrektur ΔT , so ergibt sich

$$\Delta T = -k \frac{1 + \epsilon T^x}{\frac{x+1}{x-1} + \epsilon T^x} \cdot T^x$$

und mit

$$x = e^{a_M} \quad \text{bzw.} \quad x = 10^{\frac{A}{20}}$$

wird

$$\Delta T = -k \frac{1 + \epsilon T^x}{\operatorname{ctgh} \frac{a_M}{2} + \epsilon T^x} \cdot T^x = -k \frac{1 + \epsilon T^x}{\operatorname{ctgh} 0,0576 A + \epsilon T^x} T^x \quad (4.73)$$

In diesem Ausdruck ist

$$T^x = \frac{1}{k} T + \frac{1}{\frac{1}{T_{0APmin}} - \epsilon} \quad (4.74)$$

Aus einer Kurvendarstellung gemäß Abb. 4.23 kann ΔT in Abhängigkeit von den Schalterstellungen T und A einfach entnommen werden (die abgebildeten Kurven gelten speziell für den Entzerrer von Abb. 4.21).

Die nach Anwendung dieses Korrekturverfahrens immer noch verbleibende geringe Rückwirkung des Dämpfungsfeinabgleichs auf die Gruppenlaufzeit entspricht genau derjenigen eines Entzerrers der Klasse 3. Praktisch müssen aber (neben dem größeren Abgleichaufwand) zwei Nachteile in Kauf genommen werden: Erstens ist die ermittelte Korrektur nicht genau einstellbar, da ΔT immer auf eine ganze

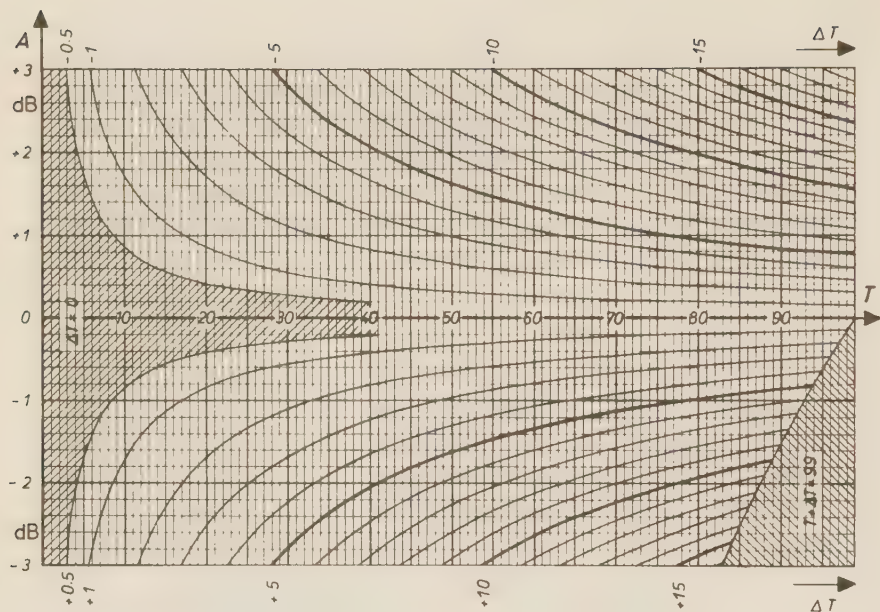


Abb. 4.23 Kurvenschar zur Ermittlung der Laufzeitkorrektur ΔT nach dem Dämpfungsfeinabgleich

Zahl gerundet werden muß, und zweitens tritt jetzt eine Rückwirkung zweiter Ordnung auf, nämlich eine Änderung der Dämpfungsbandbreite des Teilentzerrers auf Grund der Korrektur des T-Wertes um ΔT . Die praktische Erfahrung lehrt, daß diese Nachteile aber meist nicht mehr störend in Erscheinung treten.

Die Abbildungen 4.24a bis 4.24f zeigen am Beispiel eines stark verzerrten Kanals die einzelnen Stufen des manuellen Abgleichvorganges. Dargestellt sind die Verzerrungskurven vor dem Abgleich, nach dem Laufzeitgrobabgleich, nach dem Dämpfungsgröb-abgleich, nach dem Laufzeitfeinabgleich, nach dem Dämpfungsfeinabgleich und schließlich

nach Anwendung des oben beschriebenen Korrekturverfahrens für die Gruppenlaufzeit. Für jede Kanalrestverzerrung ist die dazugehörige Einstellung des Entzerrers angegeben.

Bei den gemessenen Kurven handelt es sich um die Nyquistlaufzeit bzw. Nyquist-Mittelwertdämpfung mit den Nyquistparametern $m = 0,4$ und $f_S = 40$ Hz.

Zu erwähnen ist, daß die Einstellung

$$T = 0$$

des Laufzeitschalters bei diesem Entzerrer abweichend von Gl. 4.69 nicht die Einschaltung einer Minimallaufzeit des jeweiligen Teilentzerrers von der Größe

$$T_{oAP} \Big|_{T=0} = T_{oAPmin}$$

bedeutet, sondern daß durch schaltungstechnische Maßnahmen erreicht wurde, daß speziell für die Nullstellung beider Dekaden des T-Schalters

$$T_{oAP} \Big|_{T=0} = 0$$

gilt, der Teilentzerrer also einfach durchgeschaltet ist.

E Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
L, S, T	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A/dB	-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F/kHz	-	0,3	3,0			1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4

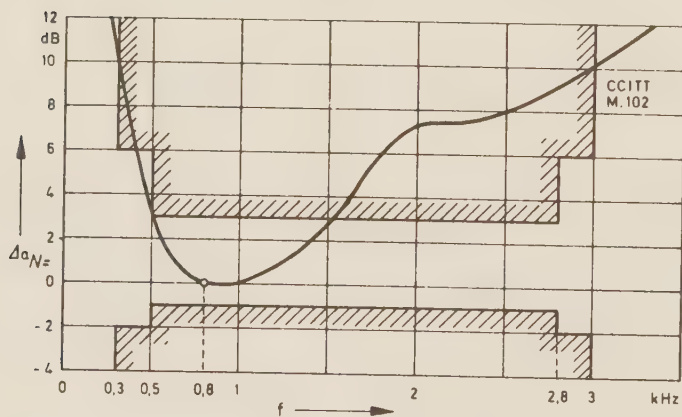
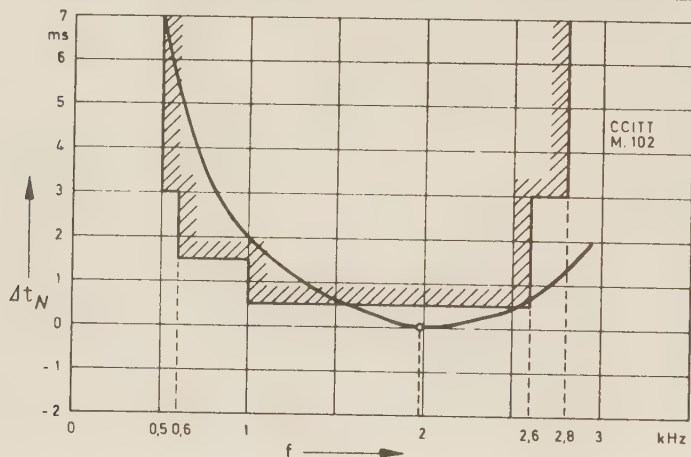


Abb. 4.24a Fernsprechkana! vor der Entzerrung

E Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
L, S, T	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A/dB	-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F/kHz	-	0,3	3,0			1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4

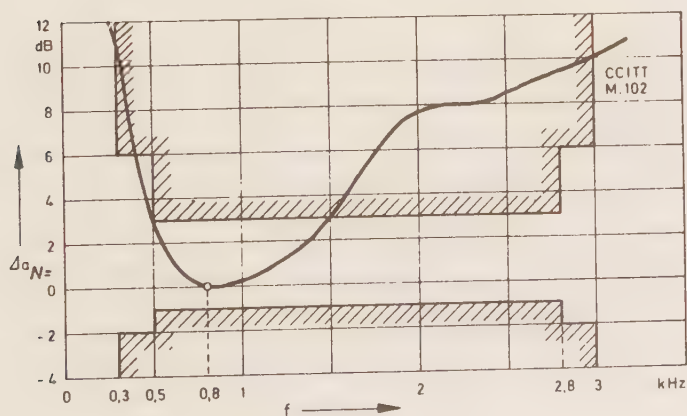
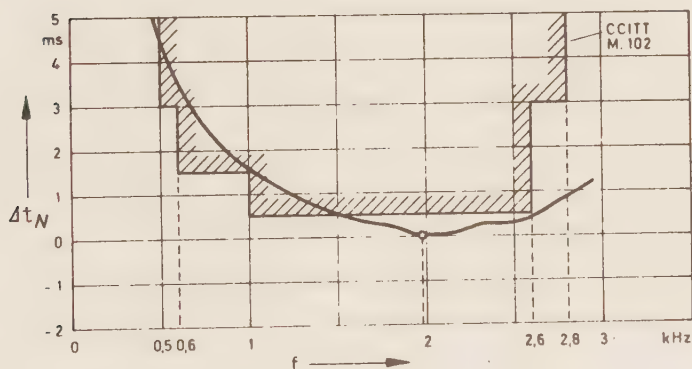


Abb. 4.24b Entzerrereinstellung und Restverzerrung nach Einschalten des Gruppenlaufzeit-Grobentzerrers. Verringerter Laufzeithub, nur geringfügige Beeinflussung des Dämpfungsgangs

E. Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
L, S, T	1	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A/dB	-	-15	-14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F/kHz	-	0,3	3,0			1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4

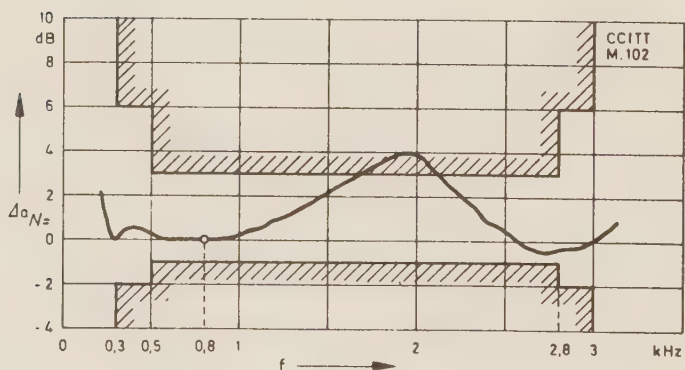
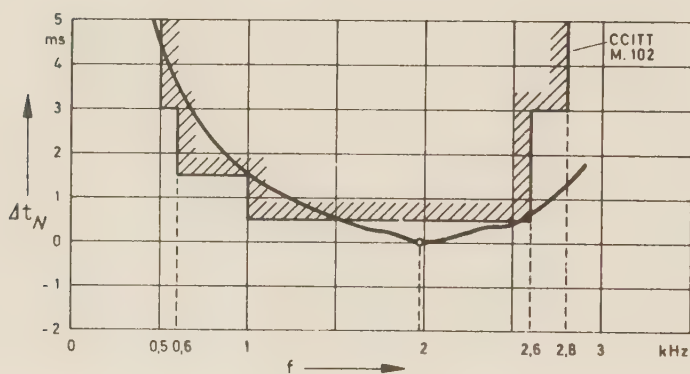


Abb. 4.24c Entzerrereinstellung und Restverzerrung nach dem Abgleich der Dämpfungsgroßentzerrer. Nur geringfügige Beeinflussung des Laufzeitgangs

E Nr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
L, S, T	1	5	5	52	79	33	32	36	41	42	53	49	51
A/dB	-	-15	-14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F/kHz	-	0,3	3,0	2,6	2,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4

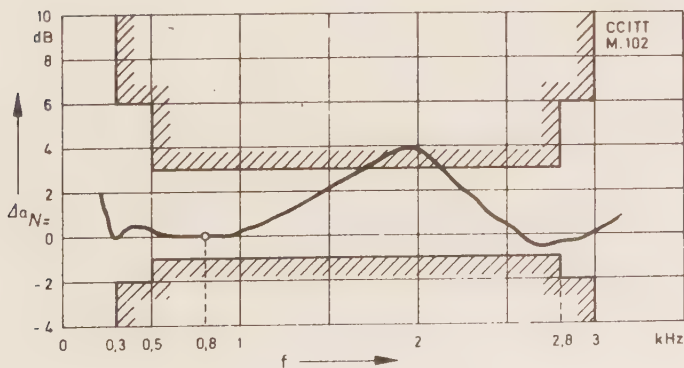
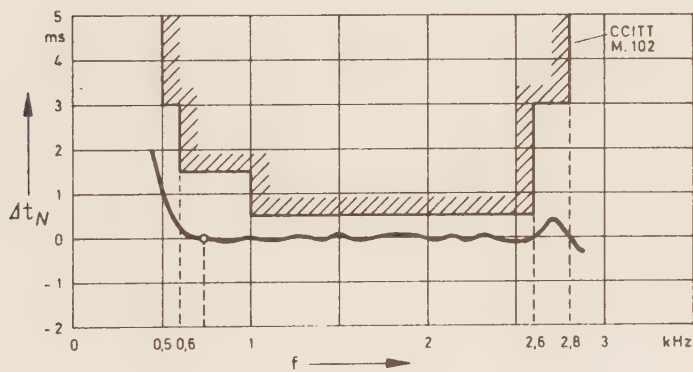


Abb. 4.24d Entzerrereinstellung und Restverzerrung nach dem Feinabgleich der Gruppenlaufzeit.
Vernachlässigbare Beeinflussung des Dämpfungs-
gangs

E. Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
L, S, T	1	5	5	52	79	33	32	36	41	42	53	49	51
A/dB	-	-15	-14	+0,2	+0,4	-0,6	+0,2	-1,0	-0,2	-1,6	-2,4	-1,2	-0,2
F/kHz	-	0,3	3,0	2,6	2,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4

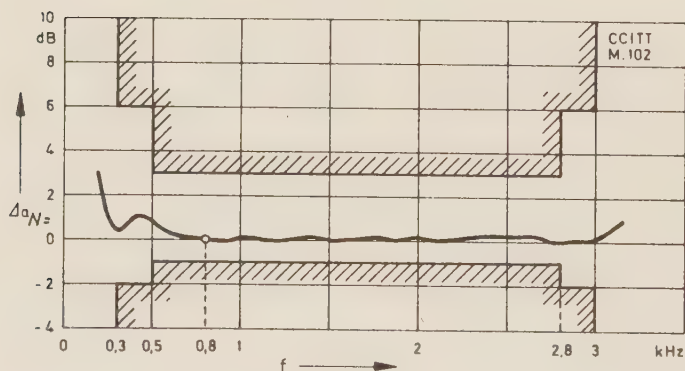
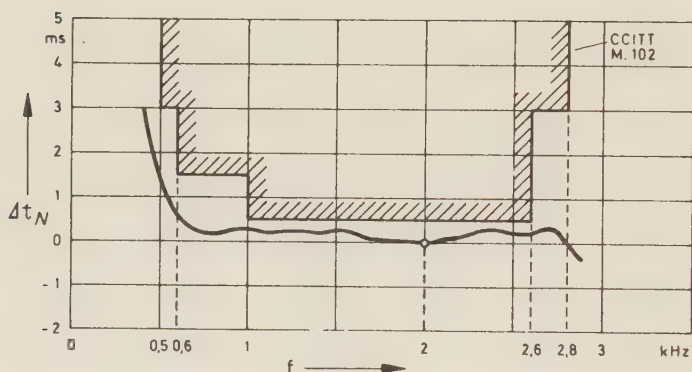


Abb. 4.24e Entzerrereinstellung und Restverzerrung nach dem Feinabgleich der Dämpfung.
Verschlechterung des Laufzeitgangs (Entzerrerkategorie 1)

E Nr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
L, S, T	1	5	5	51	77	34	32	38	41	46	61	53	51
A/dB	-	-15	-14	+0,2	+0,4	-0,6	+0,2	-1,0	-0,2	-1,6	-2,4	-1,2	-0,2
F/kHz	-	0,3	3,0	2,6	2,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4

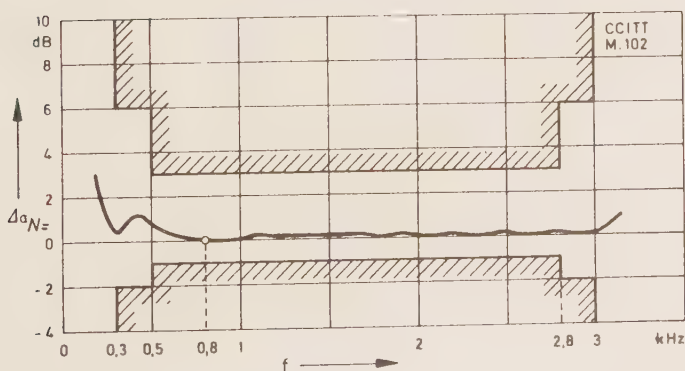
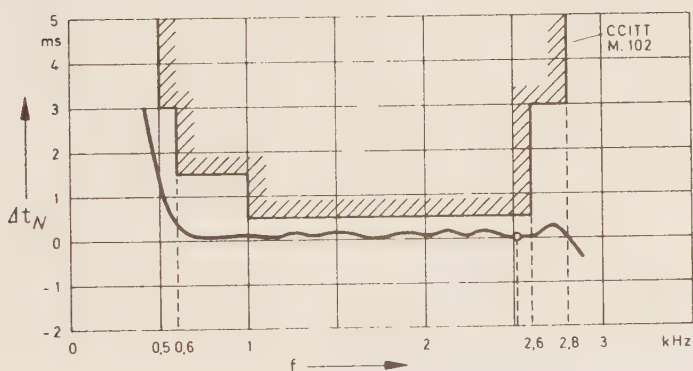


Abb. 4.24f Entzerrereinstellung und Restverzerrung nach Durchführung des Korrekturverfahrens für die Gruppenlaufzeit

5. Zusammenfassung

Gegenstand des ersten Teils der Arbeit ist das sogenannte Nyquistverfahren zur Messung des Dämpfungsmaßes und der Gruppenlaufzeit eines Übertragungssystems. Trotz der weiten Verbreitung dieses Meßverfahrens in der Fernmeldetechnik fehlten bisher Untersuchungen darüber, mit welchen prinzipiellen Fehlern bei dieser Meßmethode gerechnet werden muß. Es erweist sich als hilfreich, einige neue Übertragungsgrößen zu definieren; die Ergebnisse der Untersuchung finden ihren Niederschlag in allgemeinen Regeln, die dabei helfen sollen, das ganze Meßverfahren etwas transparenter zu machen. Numerische Fehlerberechnungen gelten schließlich speziell der Messung von Fernsprechanälen im Hinblick auf ihre Verwendung für die Datenübertragung. Wesentlich ist dabei die Abhängigkeit der Meßfehler von der Wahl der sogenannten Nyquistparameter.

Im zweiten Teil der Arbeit wird die Möglichkeit untersucht, Fernsprechanäle durch eine Verbesserung des Frequenzganges der Dämpfungs- und Gruppenlaufzeit für die Datenübertragung brauchbar zu machen. Geeignete Entzerrer werden vorteilhaft aus einer Kettenschaltung von Teilentzerrern aufgebaut. Gegenstand dieses Teiles der Arbeit ist die Ermittlung der geeigneten Form der Übertragungsfunktion solcher Teilentzerrer unter Beachtung der Realisierbarkeitsbedingungen. Das grundsätzliche Dämpfungs- und Laufzeitverhalten dieser Teilentzerrer-Übertragungsfunktionen wird untersucht und an Hand einiger Regeln beschrieben. Besondere Aufmerksamkeit wird der gegenseitigen Abhängigkeit der Dämpfungs- und Laufzeiteinstellung geschenkt, dies führt zur Definition dreier Klassen von Teilentzerrern. Bekannte Teilentzerrer gehören der Klasse 1 oder 2 an; es wäre wünschenswert, durch die Einführung dieser Klassifizierung die bisher üblichen unzureichenden Angaben der Hersteller von Entzerrern (wie "weitgehend voneinander unabhängiges Dämpfungs- und Laufzeitverhalten" usw.) ab-

zulösen. Einen besonders hohen Grad der Unabhängigkeit bietet die neue Teilentzerrerklasse 3, hier beeinflussen sich die Einstellung der Dämpfung und der Gruppenlaufzeit bei der Nennfrequenz des Teilentzerrers überhaupt nicht. Eine zugehörige Schaltung wird angegeben, diese und eine neuartige Schaltung der Klasse 1 mit besonders geringem Aufwand an Schaltelementen gestatten die Einstellung der Dämpfung und Gruppenlaufzeit durch Schalter. Dadurch ist es neben dem manuellen Abgleich auch möglich, die Einstellung des Entzerrers mit Hilfe einer elektronischen Rechenmaschine zu ermitteln. Hierbei wird dem Rechner die Kanalverzerrung in Form einer Wertetabelle der Dämpfungs- und Gruppenlaufzeitverzerrung eingegeben.

An Hand von Meßkurven wird abschließend die schrittweise manuelle Entzerrung am Beispiel eines stark verzerrten Kanals durch einen Entzerrer der Klasse 1 dargestellt. Auch bei dieser Klasse ist ein völlig getrennter Abgleichvorgang für die Dämpfung und für die Laufzeit möglich, wenn ein spezielles Korrekturverfahren für die Gruppenlaufzeit Anwendung findet.

6. Literaturverzeichnis

- [1] CCITT Weißbuch Vol. VIII, Supplement 14, Federal Republic of Germany. Study of the General Switched Telephone Network with a View to its Suitability for Data Transmission.
- [2] A. Alexander, R. Gryb, W. Nast. Capabilities of the Telephone Network for Data Transmission("AGN-Report"). The Bell System Technical Journal, Vol. 39 Nr.3 (May 1960), S. 431-476.
- [3] CCITT Weißbuch Vol. IV, Rec.M.102. Characteristics of Special Quality Private Circuits.
- [4] Harry Nyquist. U.S.Patent Nr.1, 645, 618 (Oct.1927).
- [5] H. Nyquist, S. Brand. Measurement of Phase Distortion. The Bell System Technical Journal 7(1930),S.522...549.
- [6] C. Egidi, P. Oberto. Generally Distorted Three Spectral Lines Amplitude Modulation. AEU Band 18 (1964), S. 525...536.
- [7] F. Coenning. Fortschritte in der Technik der Gruppenlaufzeitmessung. NTZ 9 (1965),S. 503...510.
- [8] K. Küpfmüller. Die Systemtheorie der elektrischen Nachrichtenübertragung. S. Hirzel Verlag Stuttgart (3. Auflage)
- [9] S. Filippi. Das Verfahren von Romberg-Stiefel-Bauer als Spezialfall des allgemeinen Prinzips von Richardson. Mathematik-Technik-Wirtschaft, Vol.11, Iss.2 (1964), S. 49...54.
- [10] R. Herzer. Einstellbarer Gruppenlaufzeitentzerrer für die Datenübertragung auf Fernsprechleitungen über maximal sieben Trägerfrequenz-Leitungsabschnitte. Techn. Bericht des Forschungsinstitutes des FTZ Nr.157 TBR 3 (Nov. 1967).

- [11] CCITT Com. IV-No.48 E (July 1970). First Draft approved by Study Group IV for a Group Delay Measuring Set for Audio Circuits.
- [12] G. Wunsch. Laufzeitentzerrer und Verzögerungsschaltungen. VEB Verlag Technik Berlin (1960).

Lebenslauf

Am 21. März 1931 wurde ich als Sohn des Mechanikermeisters Karl Feistel und seiner Ehefrau Margareta in Stuttgart geboren. Von 1938 bis 1942 besuchte ich die Volksschule und trat anschließend in das Württemberg-Gymnasium Stuttgart-Untertürkheim ein, wo ich im Sommer 1951 die Reifeprüfung ablegte.

Nach einjähriger Praktikantenzeit in der Industrie begann ich im Wintersemester 1952/53 mit dem Studium der Elektrotechnik an der Technischen Hochschule Stuttgart, das ich im Frühjahr 1957 mit dem Hauptdiplom in der Fachrichtung Nachrichtentechnik abschloß.

Auf das Studium folgte meine Industrietätigkeit bei der Firma Wandel u. Goltermann, Reutlingen. Dort ist mir die Leitung des Filterlaboratoriums und des Rechenzentrums übertragen.

Das Entstehen dieser Arbeit verdanke ich in erster Linie Herrn Prof. Dr.-Ing. R. Unbehauen, mit dem mich eine schon über zehnjährige fruchtbare Zusammenarbeit verbindet. Mein Dank gilt aber auch der Firma Wandel und Goltermann, Reutlingen, durch deren Entgegenkommen die Arbeit wesentlich gefördert wurde.

